**Příčky v trojúhelníku, Cèvova věta, Van Aubelova věta, Menelaova věta**

* **Příčka v trojúhelníku** je úsečka s krajními body na hranici trojúhelníku, které neleží na téže straně.
* **Střední příčka v trojúhelníku** je úsečka spojující středy dvou stran trojúhelníku.
* **Cèviána** je úsečka spojující vrchol trojúhelníku s některým **vnitřním** bodem protilehlé strany, (např. těžnice, osa vnitřního úhlu jako úsečky, výška v ostroúhlém trojúhelníku, atd.)

Otázka: Za jakých podmínek se protínají tři cèviány ze tří vrcholů daného trojúhelníku v jednom společném bodě?

* tři cèviány z jednotlivých vrcholů se protínají po dvou ve třech různých bodech,
* nebo všechny tři cèviány se protínají v jednom společném bodě.

Giovanni Cèva byl italský matematik (1648 - 1734).

Cèvova věta stanovuje podmínku, kdy mají tři přímky procházející vrcholy trojúhelníku společný bod.

**Cèvova věta:** Nechť jsou po řadě vnitřní body stran trojúhelníku . Úsečky se protínají v jedno bodě, právě když platí:

….. (Ƈ)

Cèvova věta: V trojúhelníku se přímky a , kde body leží na stranách protilehlých odpovídajícím vrcholům, protínají v jednom bodě právě tehdy, když platí:.

Cèvova věta: Buď dán trojúhelník . Buďte postupně body na přímkách , které nesplývají s žádným z vrcholů trojúhelníka . Potom přímky a procházejí týmž bodem, nebo jsou rovnoběžné právě tehdy, když platí .

*Důkaz:*

*Cvičení 1.* Užitím Cèvovy věty dokažte, že se těžnice v trojúhelníku protínají v jednom bodě.

*Cvičení 2.* Užitím Cèvovy věty dokažte, že se výšky v trojúhelníku protínají v jednom bodě (tj.ceviány kolmé na protilehlé strany trojúhelníku mají jeden společný bod).

*Cvičení 3.* Užitím Cèvovy věty dokažte, že osy vnitřních úhlů trojúhelníku se protínají v jednom bodě.

**Věta:** Osa vnitřního úhlu trojúhelníku rozděluje protilehlou stranu na dvě části, jejichž délky jsou ve stejném poměru jako jim přilehlé strany trojúhelníku.

*Cvičení 4.* Nechť jsou body dotyku stran trojúhelníku s jemu vepsanou kružnicí. Dokažte, že jim odpovídající ceviány se protínají v jednom bodě, tzv. Gergonneův bod.

*Cvičení 5*. Dokažte analogické tvrzenípro dotykové body kružnic vně připsaných stranám. Cèviány se protínají v jednom bodě, tzv. Nagelův bod.

**Věta Van Aubelova:** Nechť R je průsečík cèvián a trojúhelníku . Pak platí:

*Cvičení 6.* Užitím Van Aubelovy věty dokažte, že těžiště trojúhelníku dělí každou těžnici v poměru 1:2.

**Věta Menelaova:** V rovině je dán. Na přímkách uvažujme po řadě body (různé od jeho vrcholů), z nichž buď právě dva, nebo žádný z nich jsou body trojúhelníku . Body leží na přímce, právě když platí: …. (Ϻ)

*Cvičení 7.* A F F B ⋅ B D D C ⋅ C E E A = 1 {\displaystyle {\frac {AF}{FB}}\cdot {\frac {BD}{DC}}\cdot {\frac {CE}{EA}}=1} Uvažujme pravoúhlý trojúhelník a pravým úhlem při vrcholu a s odvěsnami . Nechť je vnitřním bodem jeho přepony takový, že a nechť je středem strany . Konečně značí průsečík přímek a . Určete délku .

*Cvičení 8.* (Desarguesova věta, pozn. v projektivní rovině je to to axiom) Jsou-li dvě trojice navzájem různých bodů takových, že , pak body jsou kolineární, tzn. leží na téže přímce.