**Eulerova přímka**

V trojúhelníku označme těžiště,  průsečík výšek a  střed kružnice trojúhelníku opsané.

Platí:

Všechny tři body S, T, V buď splynou v jediný, nebo jsou navzájem různé a leží na téže přímce (Eulerově), přičemž .

*Důkaz:*

*Označme jako středy stran a jako paty výšek v trojúhelníku . Je-li trojúhelník rovnostranný, potom . Je-li trojúhelník rovnoramenný, potom pro jeden bod (např. ) splyne těžnice, osa strany i výška, a z toho vyplývá, že body leží v přímce.*

 *V obecném trojúhelníku je zřejmé, že . Uvažujme stejnolehlost . Tato stejnolehlost zobrazí body na body a výšky trojúhelníku převede na přímky s nimi rovnoběžné jdoucí body , tj. převede je do os stran , které se protínají v bodě , tj. středu kružnice trojúhelníku opsané. Bod je tedy v dané stejnolehlosti obrazem průsečíku výšek . Pak podle definice stejnolehlosti platí* .





**Feuerbachova kružnice** (devíti bodů)

V trojúhelníku označme  průsečík výšek,  střed kružnice trojúhelníku opsané a středy stran jako Nechť je kružnice procházející body ; její střed označme .

Platí:

1. Na kružnici leží též paty výšek a středy úseček
2. Střed kružnice je středem úsečky , je-li ; pro splyne střed kružnice s bodem .
3. Poloměr kružnice je roven polovině poloměru kružnice trojúhelníku opsané.

Příklady:

1. Sestrojte trojúhelník , jsou-li dány body , přičemž tyto body neleží v jedné přímce.

<https://www.geogebra.org/m/bpzmatfk#material/q2rcwvf3>

1. Sestrojte trojúhelník , jsou-li dány navzájem různé body a poloměr kružnice trojúhelníku opsané. Bod je patou výšky na stranu BC.

<https://www.geogebra.org/m/bpzmatfk#material/pska9kzn>