# Kuželosečka jako kolineární obraz ke kružnici

***V:*** Transformací algebraické křivky středovou kolineací se nemění ani její stupeň ani reducibilnost, tzn., že perspektivní lineární křivka k jednoduché kuželosečce je opět jednoduchá kuželosečka.

V praxi se využívá nejvíce toho, kdy jednou z kuželoseček je kružnice a kolineárním obrazem k ní může být kterákoliv kuželosečka. O druhu můžeme rozhodnout předem podle polohy kružnice a úběžnice téhož pole, k němuž kružnice patří.

***V:*** Ve středové kolineaci v rovině kuželosečce patřící do prvého pole odpovídá ve druhém poli kuželosečka, která je elipsou (kružnicí), nebo parabolou, nebo hyperbolou, podle toho zda úběžnice prvního pole nemá s danou úběžnicí žádný společný bod, nebo právě jeden společný bod, nebo dva různé společné body.

Konstrukce kuželoseček z daných prvků

Protože ve středové kolineaci v rovině odpovídá kružnici kuželosečka je možno této skutečnosti užít ke konstrukci kuželosečky z daných prvků.

**Postup při řešení:**

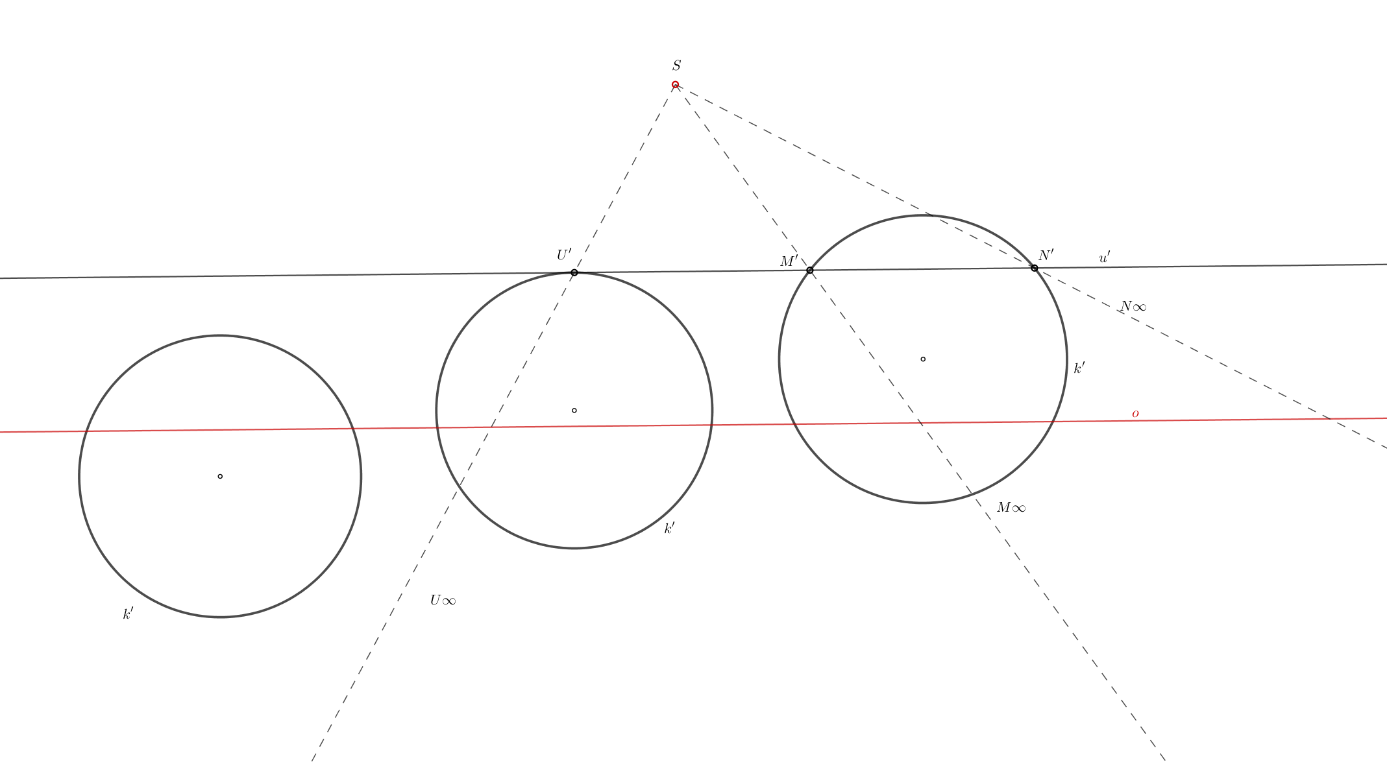
1. Nejprve zvolíme střed nebo osu kolineace.

2. Dále zvolíme (ne ovšem libovolně) kružnici, která má odpovídat hledané kuželosečce. Z podmínky, že zvolené kružnici odpovídá hledaná kuželosečka, doplníme prvky v kolineaci tak, aby byla plně určena. (Sestrojíme chybějící prvek.) Jakmile je kolineace určena, rozhodneme pomocí úběžnice patřící k poli kružnice o druhu kuželosečky, dále postupujeme podle příslušných úloh o konstrukci elipsy, paraboly a hyperboly.

***Pozn:***

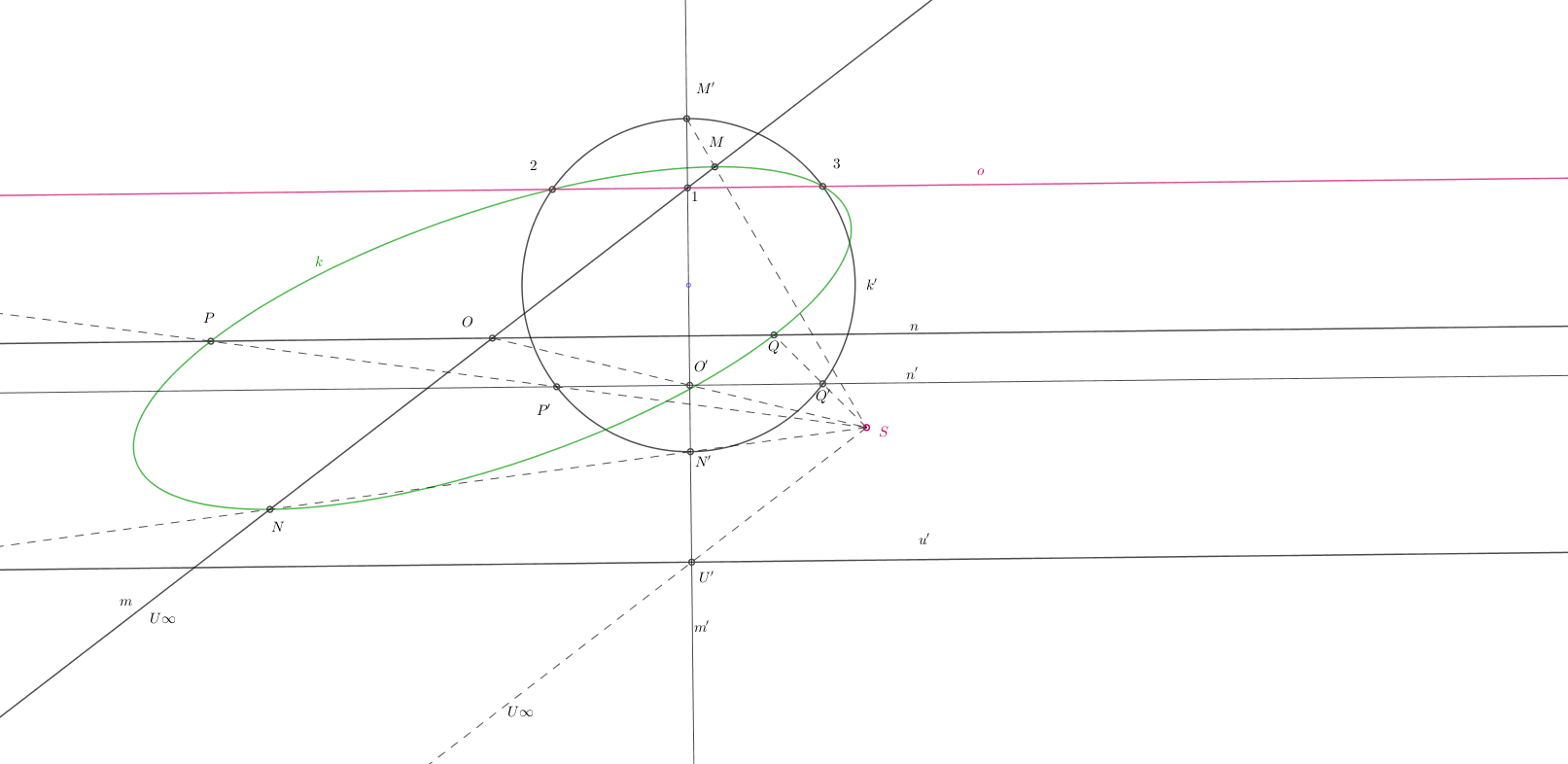
Jsou-li mezi určujícími prvky dvě různoběžné tečny, lze volit jejich průsečík za střed kolineace. Důsledek: odpovídající kružnice se musí těchto tečen dotýkat. Jsou-li mezi určujícími prvky dva různé body, je možné jejich spojnici volit za osu kolineace. Důsledek: odpovídající kružnice musí těmito body procházet, jelikož tyto body jsou samodružné. Jsou-li mezi určujícími prvky vlastní tečna s vlastním bodem dotyku, pak lze zvolit za střed kolineace tento bod dotyku. Důsledek: odpovídající kružnice se musí této tečny v tomto bodě dotýkat. Nebo lze zvolit osu kolineace v této tečně s bodem dotyku. Důsledek: odpovídající kružnice se musí této tečny v tomto bodě dotýkat.

Ve všech případech musíme rozhodnout, zda lze užitím zbývajících prvků dourčit kolineaci. Ne všechny úlohy jsou pomocí kolineace řešitelné!!

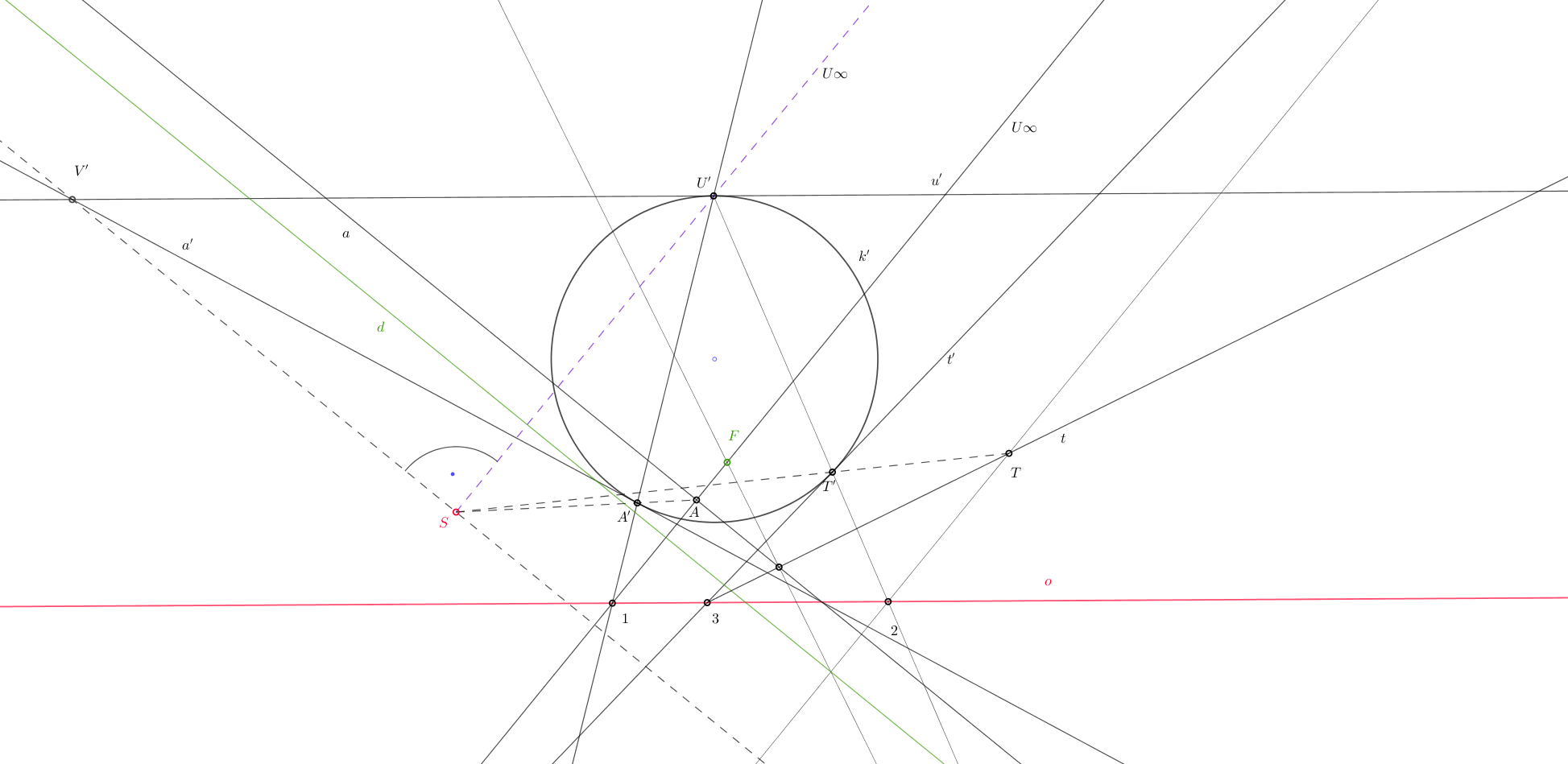


**Sestrojte kolineární obraz kružnice v kolineaci určené .**

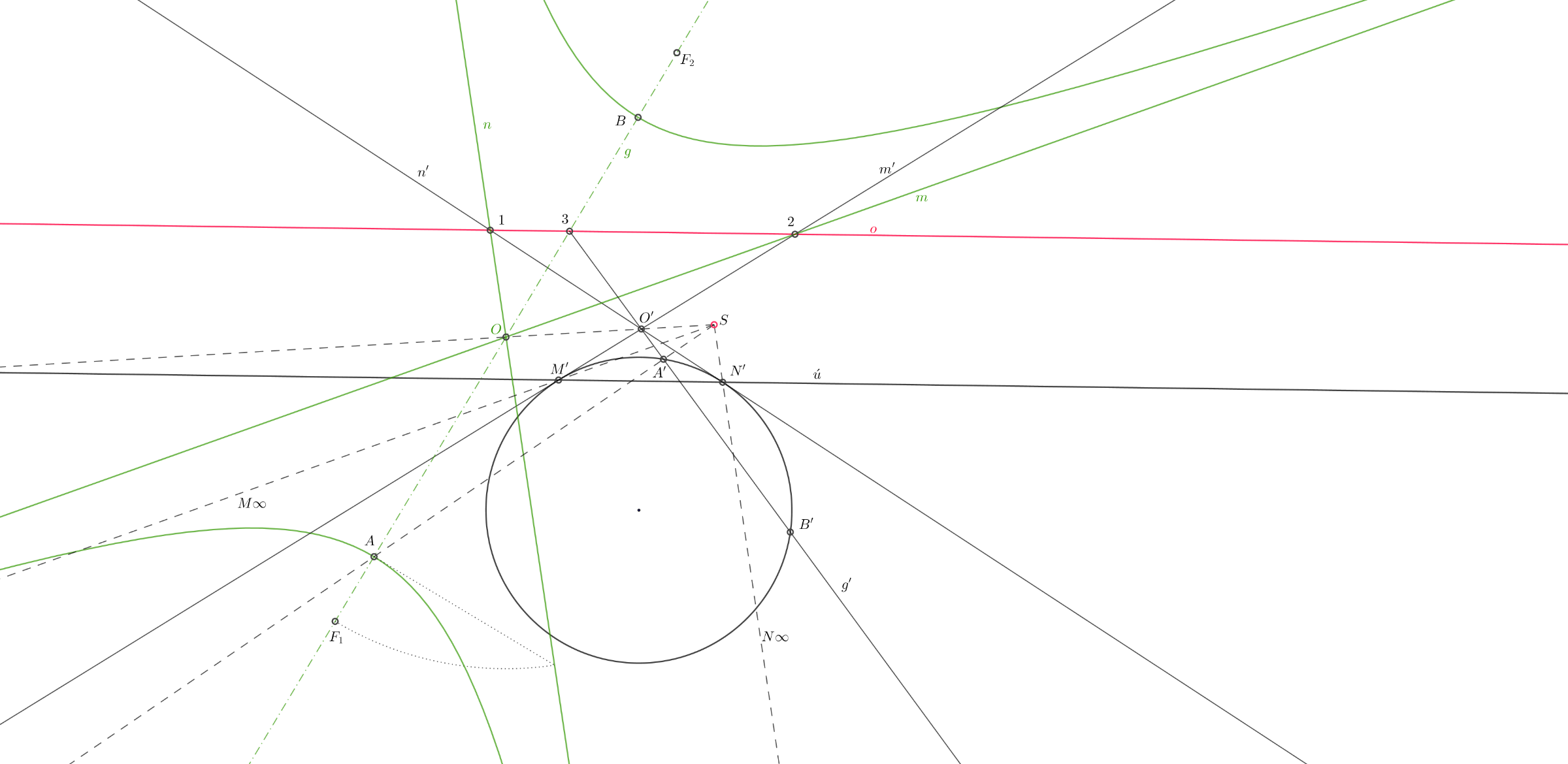
1. Kružnice nemá s úběžnicí žádný společný bod, jejím obrazem je tedy elipsa. Pro odpovídající elipsu sestrojíme dvojici sdružených průměrů. K průměru kružnice , který je kolmý k ose , sestrojíme odpovídající přímku . Průsečík je samodružný bod, přímka udává směr přímky . Protože tečny kružnice v krajních bodech průměru jsou rovnoběžné s osou kolineace, jsou i tečny elipsy v odpovídajících bodem rovnoběžné s osou kolineace, a tedy je průměrem elipsy . Střed úsečky je středem elipsy , průměr sdružený s  je rovnoběžný s osou kolineace. Najdeme-li k bodu odpovídající bod a vedeme jím přímku rovnoběžnou s osou kolineace, dostáváme na body . Jim odpovídající body omezují průměr . Elipsa je určena sdruženými průměry .



1. Úběžnice je tečnou kružnice , obrazem kružnice je tedy parabola. Pro odpovídající parabolu sestrojíme osu a vrcholovou tečnu. Směr osy paraboly je určen , kde je dotykový bod kružnice a úběžnice . Směr vrcholové tečny je kolmý k . K jejímu nevlastnímu bodu určíme odpovídající úběžník na (jako průsečík kolmice vedené bodem  k přímce s úběžnicí ). Tečna vedená z bodu V‘ ke kružnici odpovídá tedy vrcholové tečně paraboly a její dotykový bod odpovídá vrcholu . Spojnice odpovídá ose paraboly. Osu paraboly prochází samodružným bodem a je rovnoběžná s . Ze středu  na ni promítneme bod A‘ a získáme vrchol paraboly. Vrcholová tečna prochází vrcholem a je rovnoběžná s . Pro nalezení ohniska a řídící přímky zvolíme na kružnici bod a sestrojíme v něm tečnu . V kolineaci určíme jejich obrazy a pomocí ohniskových vlastností již získáme ohnisko a řídící přímku .



1. Kružnice protíná úběžnici ve dvou různých bodech, jejím obrazem je tedy hyperbola. Pro odpovídající hyperbolu sestrojíme asymptoty a vrcholy. Průsečíkům úběžnice s kružnicí odpovídají nevlastní body hyperboly , tj. jsou směry asymptot. Tečnám sestrojeným v bodech ke kružnici , odpovídají asymptoty ; jejich průsečíku odpovídá střed hyperboly . K ose (vybereme tu osu, jejíž obraz protíná kružnici ) asymptot najdeme odpovídající přímku . Obrazy průsečíků kružnice a přímky jsou právě vrcholy hyperboly .



Sestrojte hlavní vrcholy hyperboly, je-li dáno:

