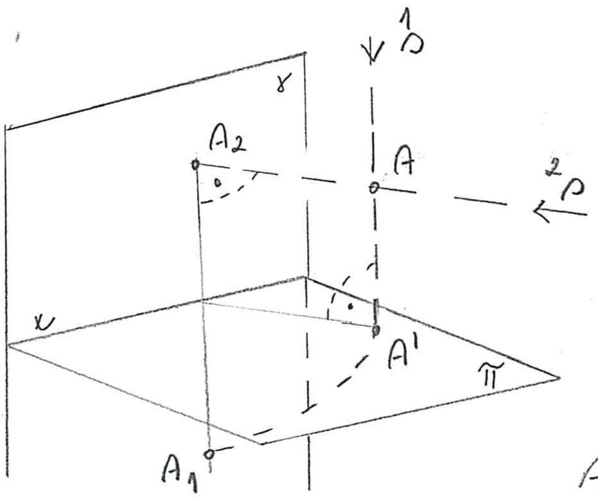
Mongeovo promítání

Mongeovo promítání je pravoúhlé promítání na dvě k sobě kolmé průmětny. Jedná se o vzájemně jednoznačné zobrazení



π ... půdorysna

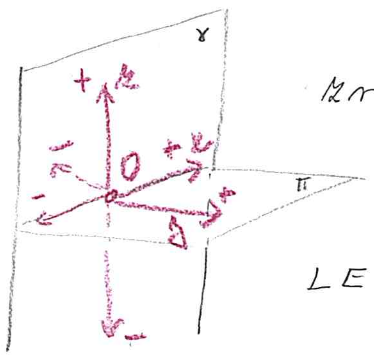
ν ... nárysna

$^1s \perp \pi$, $^2s \perp \nu$

^1s, ^2s ... pravoúhlé promítací paprsek bodu A do π, (ν)

A_1 ... půdorys bodu A, $A_1 = {}^1s \cap \pi$

A_2 ... nárys b. A, $A_2 = {}^2s \cap \nu$



zvolíme souřadnicovou soustava (O, x, y, z)

osa $x = \pi \cap \nu$

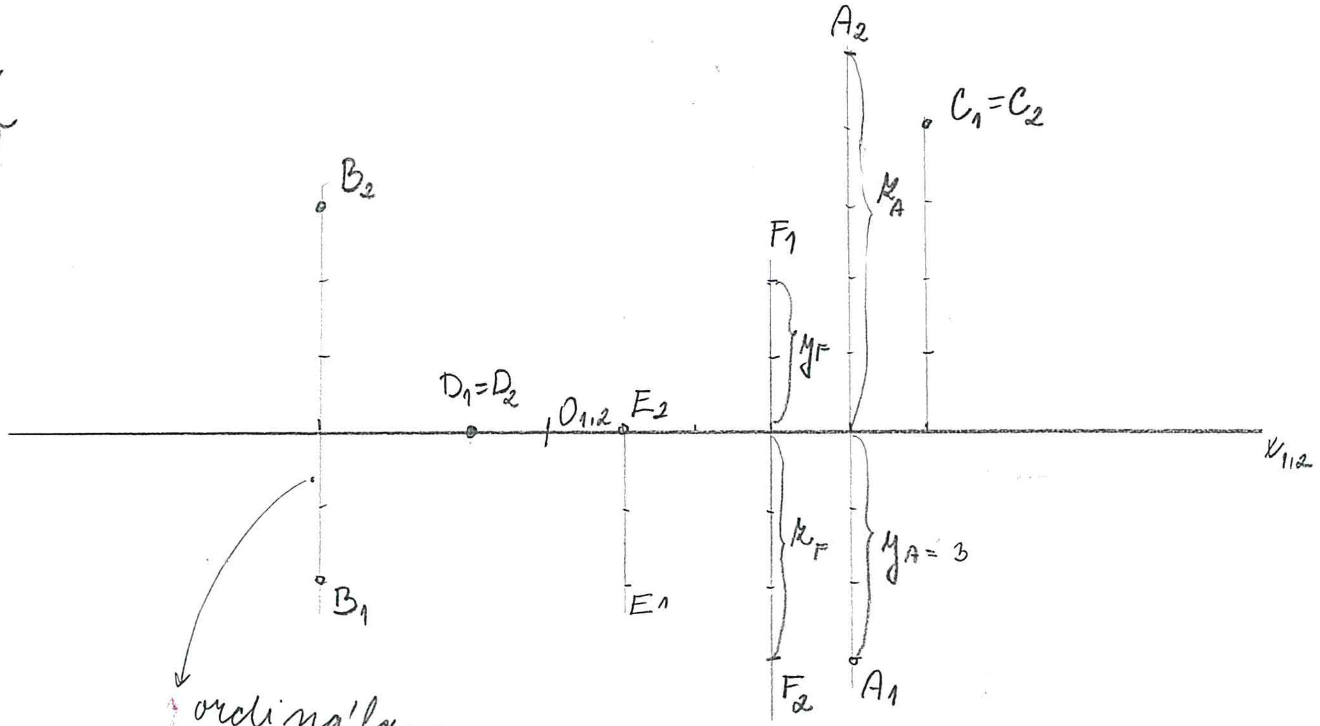
LEVOTOČIVÁ

Bod A se zobrazí na uspořádanou dvojici $[A_1, A_2]$

Př. Sestrojte průměty bodů: $A[4,3,5]$ $B[-3,2,3]$ $C[5,-4,4]$ $D[-1,0,0]$ $E[1,2,0]$ $F[3,-2,-3]$

$D \in x$

$E \in \pi$



ordinála je spojnice B_1 a B_2

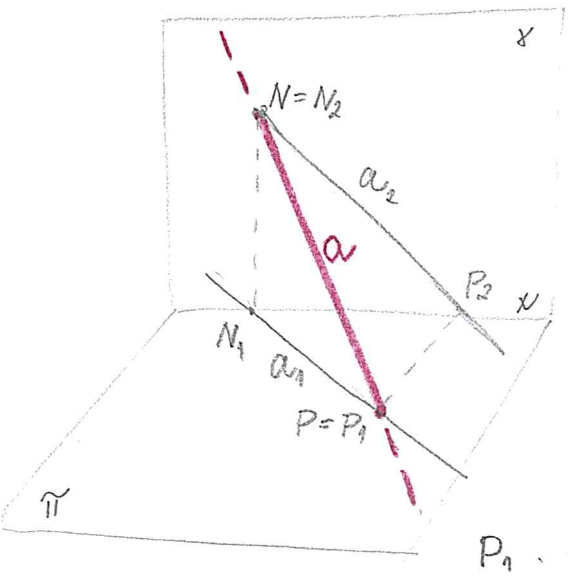
$B_1B_2 \perp x_{1,2}$

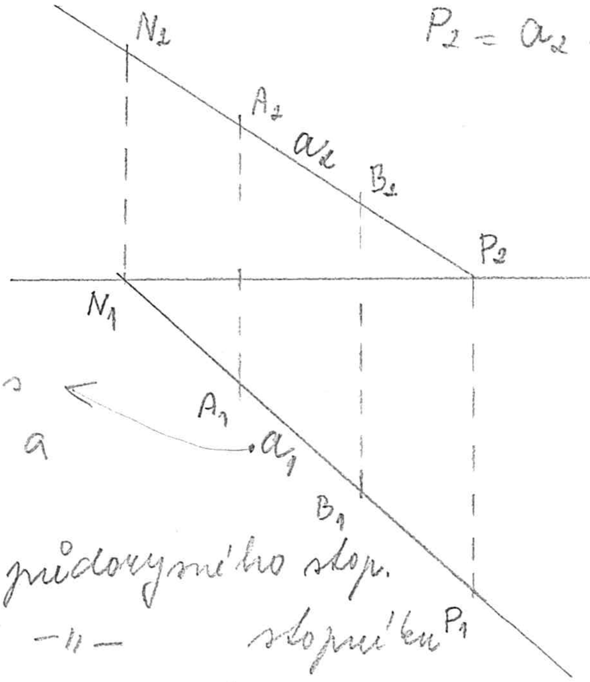
Zobrazení přímky

Stopníky přímky jsou průsečíky přímky s průmětnami (půdorysnou, nárysnou).

$N_1 = a_1 \cap x_{1,2}$

$P_2 = a_2 \cap x_{1,2}$





půdorys přímky a

$P = a \cap \pi$ } stopníky
$N = a \cap \nu$

P_1 … půdorys půdorysného stop.
P_2 … nárys –"– stopníku
N_1 … půdorys nárysného –"–
N_2 … nárys –"– –"–

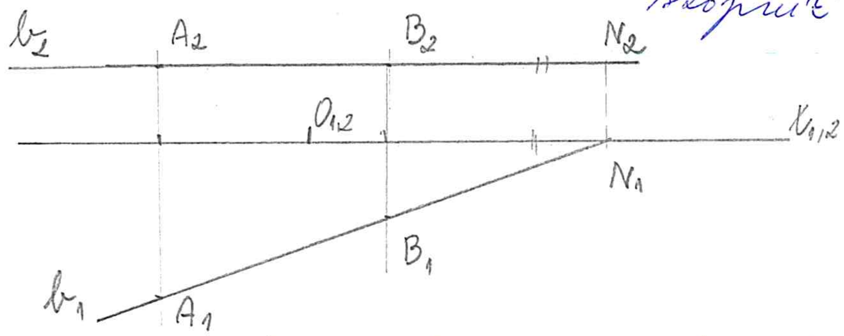
Zvláštní polohy přímky

1. Přímky rovnoběžné s průmětnami

a) $b = AB$, $b \parallel \pi$, b - horizontální, nemá půdorysný stopník

A[-2, 2, 1]

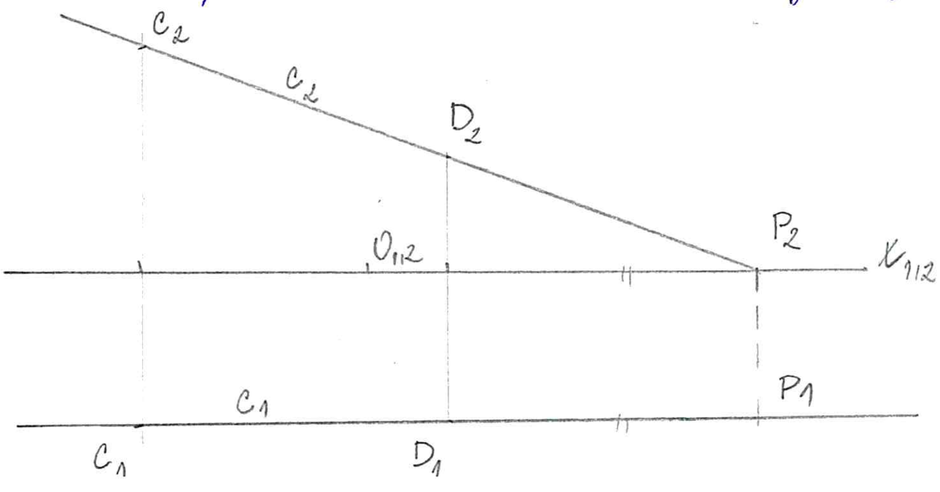
B[1, 1, 1]



b) $c = CD$, $c \parallel \nu$, c - frontální, nemá nárysný stopník

C[-3, 2, 3]

D[1, 2, $1\frac{1}{2}$]

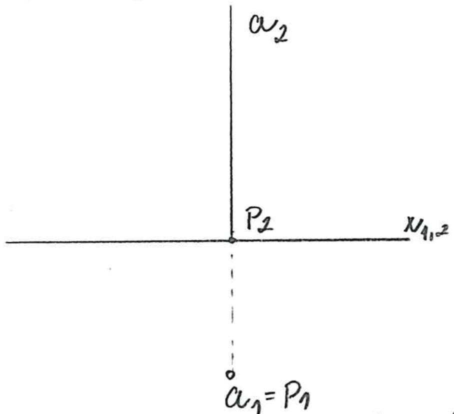


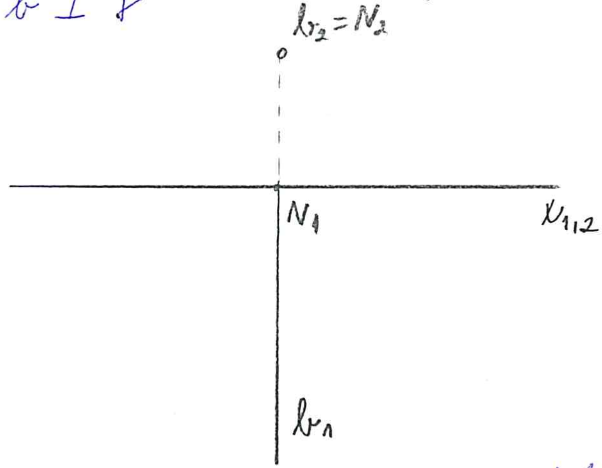
2. Přímky kolmé k průmětně

a) $a \perp \pi$

b) $b \perp \nu$

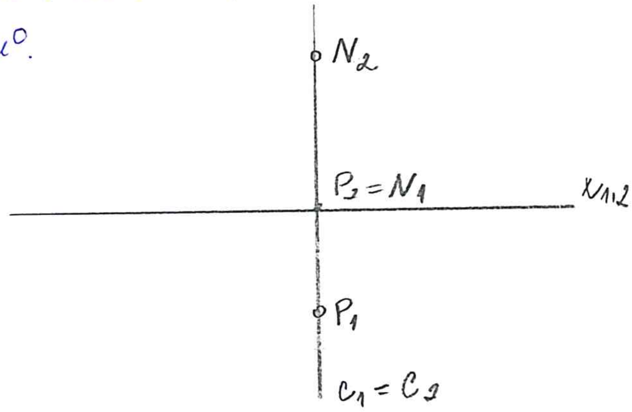
(nárysem přímky b je bod)





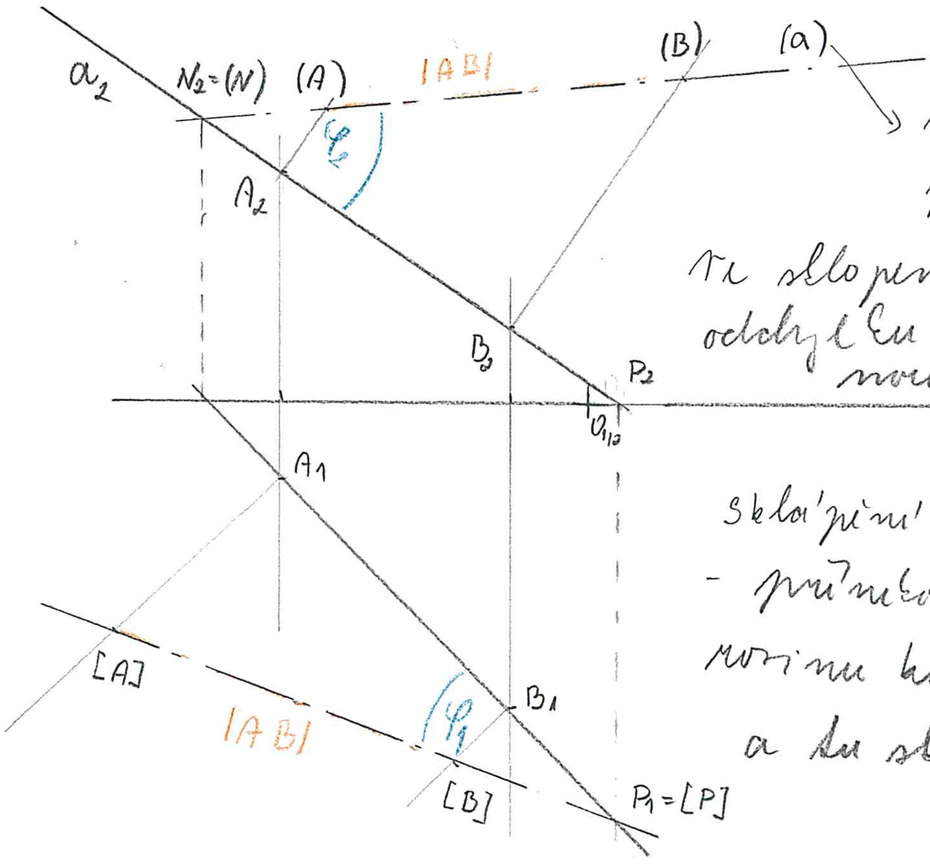
(půdorysem přímky a je bod)

3. Přímka c je kolmá k ose x (leží v rovině kolmé k ose x). Aby byla určena jednoznačně, musí se zobrazit pomocí dvou bodů.



Odchylka přímky od průmětny, skutečná velikost úsečky

Určete odchylku přímky $a = AB$ od půdorysny φ_1 (od nárysny φ_2) a skutečnou velikost úsečky AB.



→ sklopená přímka a do ν.

Ve sklopení vidíme odchylku od ν i skutečnou velikost ús. AB.

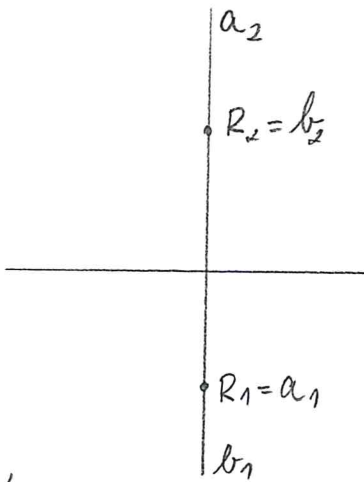
Sklápění do π (ν) –

– přímkou proložíme rovinu kolmou k π (ν) a tu sklopíme do π (ν).

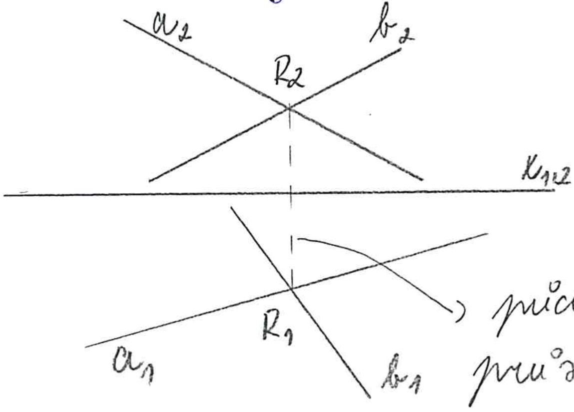
Zobrazení dvou přímek

$a \perp \pi$, $b \perp \nu$

$a \cap b = R$

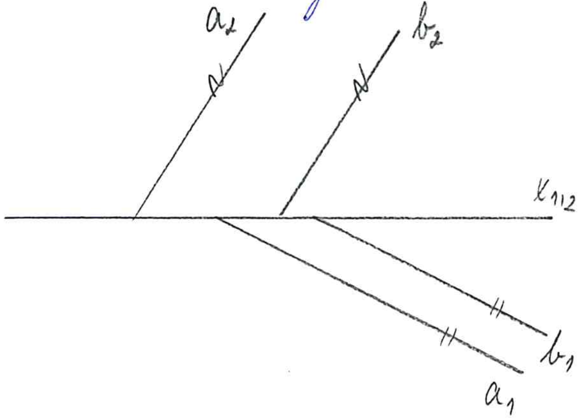


a) různoběžky: $a \cap b = R$

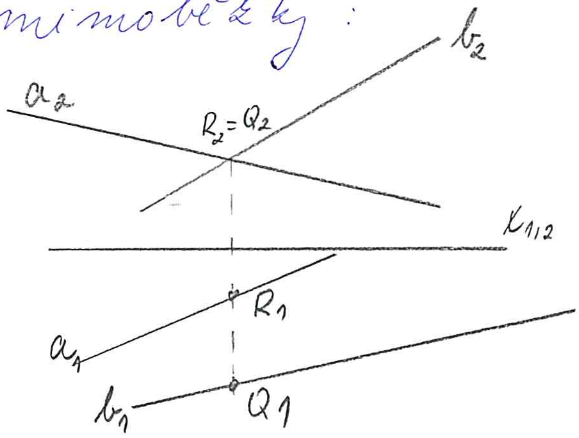


půdorys a nárys průsečíku R leží na ordinále

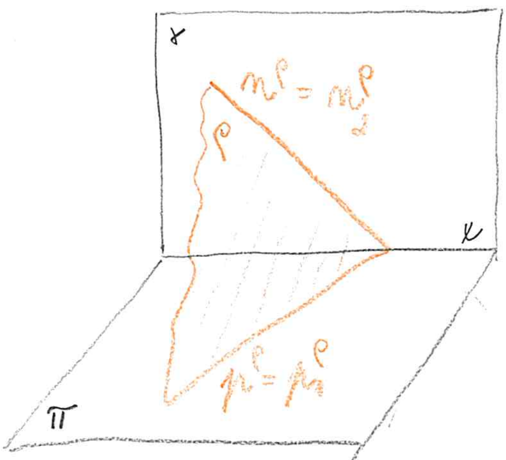
b) rovnoběžky: $a \parallel b$



c) mimoběžky:



Zobrazení roviny



$\rho \cap \pi = p^\rho$ ... půdorysná stopa roviny ρ

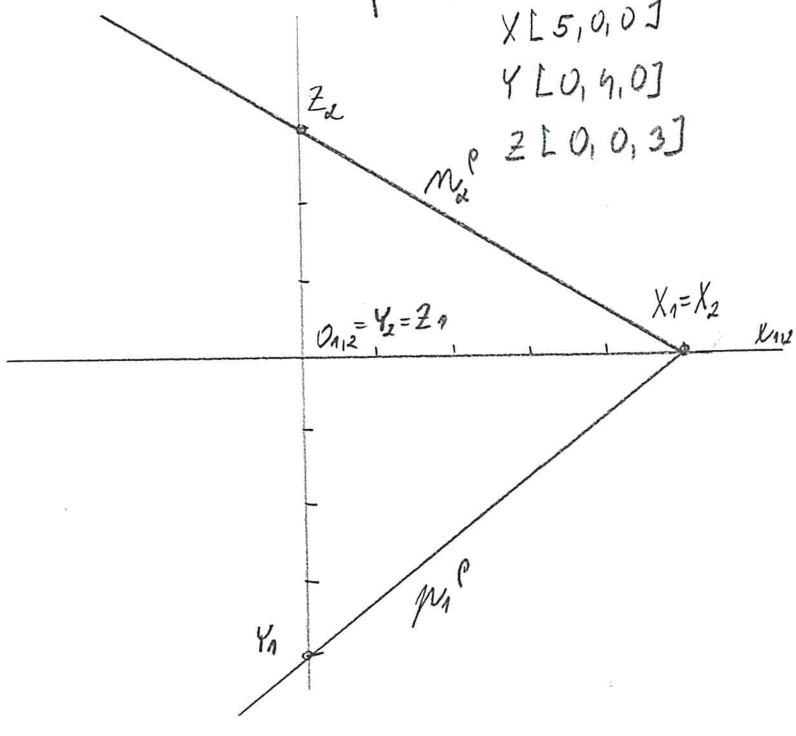
$\rho \cap \nu = n^\rho$ ... nárysná stopa roviny ρ

Zobrazte rovinu $\rho = (5, 4, 3)$

$X[5, 0, 0]$

$Y[0, 4, 0]$

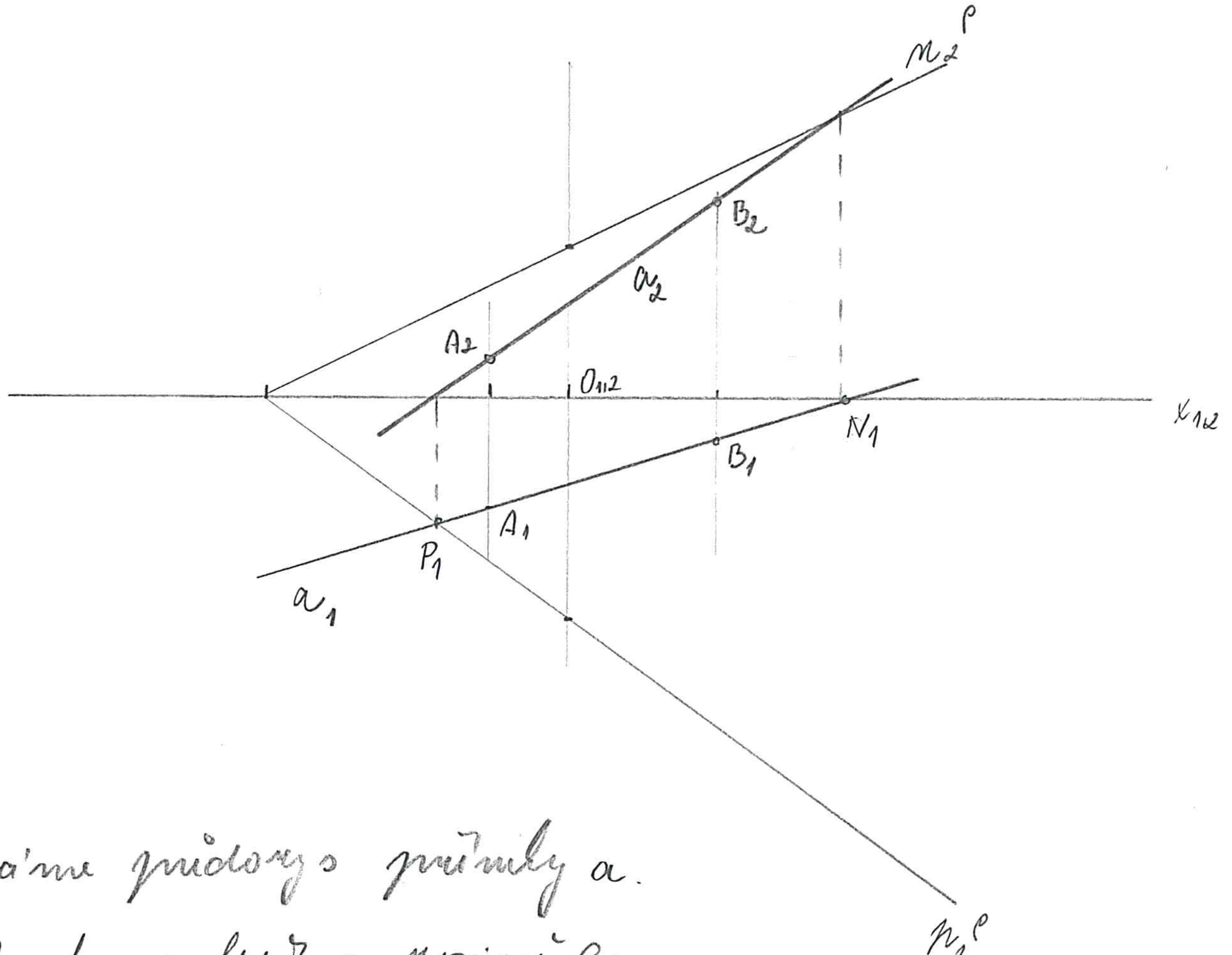
$Z[0, 0, 3]$



Bod a přímka v rovině

V: Přímka ležící v rovině má vždy stopníky (existují-li) na odpovídajících stopách.

Př: Sestrojte stopy roviny $\rho(-4, 3, 2)$ a zobrazte přímku $a \subset \rho$, $a = AB$. $A[-1, 1\frac{1}{2}, ?]$ $B[2, \frac{1}{2}, ?]$



Známe půdorys přímky a.

Přímka a leží v rovině ρ,

určíme její stopníky: $P_1 \in p_1^\rho$, $N_1 \in x_{1,2}$;

na ordinále doplníme jejich nárysy: $P_2 \in x_{1,2}$

$N_2 \in n_2^\rho$

$a_2 = P_2 N_2$

Hlavní přímky roviny

Hlavní přímka roviny je přímka, která leží v rovině a je rovnoběžná s průmětnou.

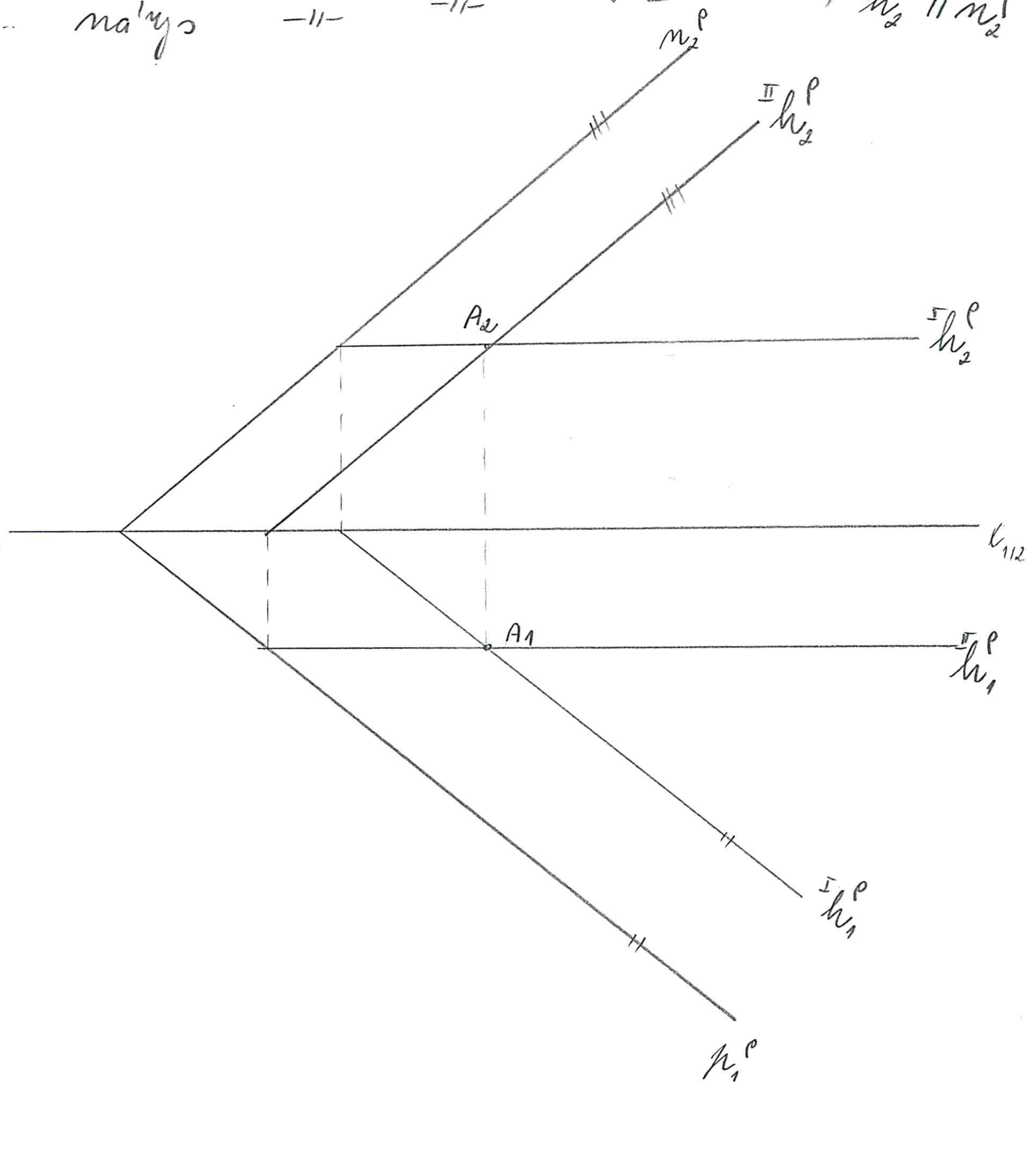
- přímky rovnoběžné s půdorysnou jsou hlavní přímky osnovy I. (horizontální), ... ${}^{I}h^{\rho}$
- přímky rovnoběžné s nárysnou jsou hlavní přímky osnovy II. (frontální). ... ${}^{II}h^{\rho}$

${}^{I}h_1^{\rho}$ ... půdorys hlavní přímky osnovy I. roviny ρ, ${}^{I}h_1^{\rho} \parallel p_1^{\rho}$

${}^{I}h_2^{\rho}$ ... nárys —"— —"— —"— I. —"— , ${}^{I}h_2^{\rho} \parallel x_{1,2}$

${}^{II}h_1^{\rho}$ ... půdorys —"— —"— —"— II. —"— , ${}^{II}h_1^{\rho} \parallel x_{1,2}$

${}^{II}h_2^{\rho}$ ... nárys —"— —"— —"— II. —"— , ${}^{II}h_2^{\rho} \parallel n_2^{\rho}$



Př. 36

Spádové přímky roviny

Spádové přímky roviny jsou přímky, které leží v rovině a jsou kolmé na její půdorysnou (nárysnou) stopu. Jsou to přímky nejvyššího spádu v rovině.

Bodem A v rovině ρ veďte spádové přímky I. a II osnovy

Dáno: p_1^ρ, n_2^ρ, A_1 - zvolíme

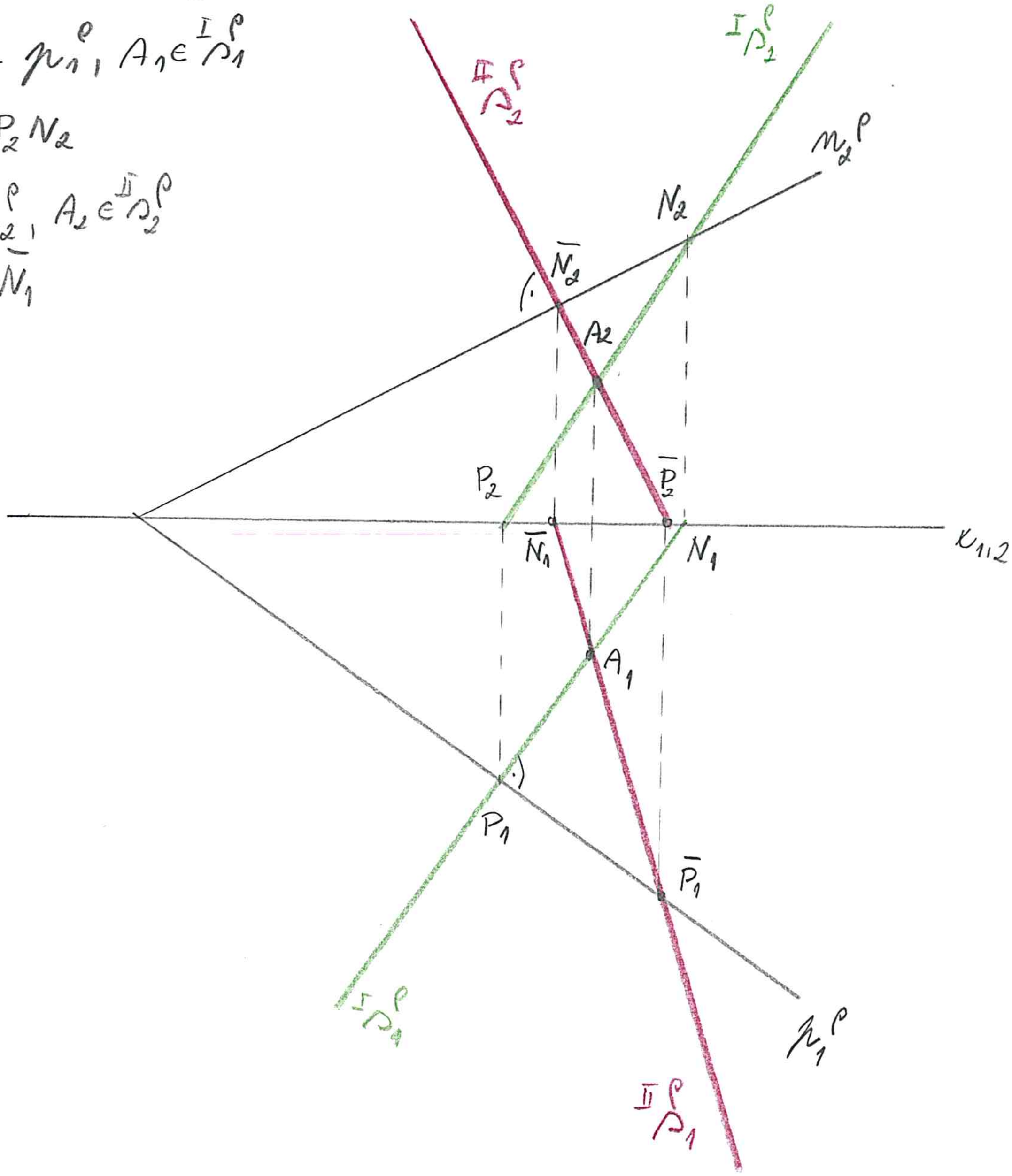
A_2 leží na ${}^{I}s_2^\rho$

${}^{I}s_1^\rho \perp p_1^\rho$, $A_1 \in {}^{I}s_1^\rho$

${}^{I}s_2^\rho = P_2 N_2$

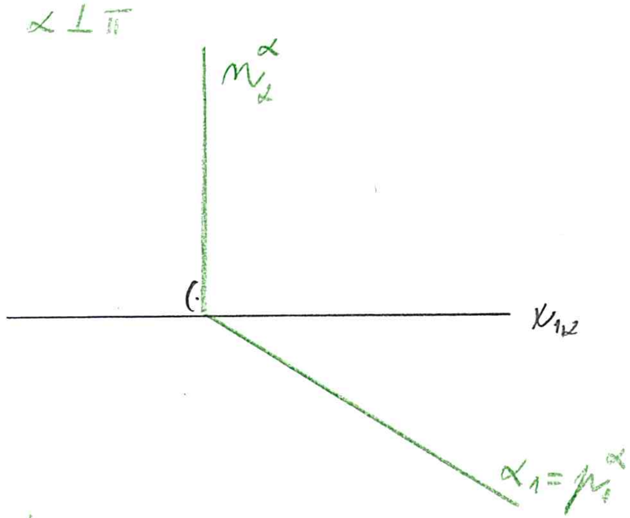
${}^{II}s_2^\rho \perp n_2^\rho$, $A_2 \in {}^{II}s_2^\rho$

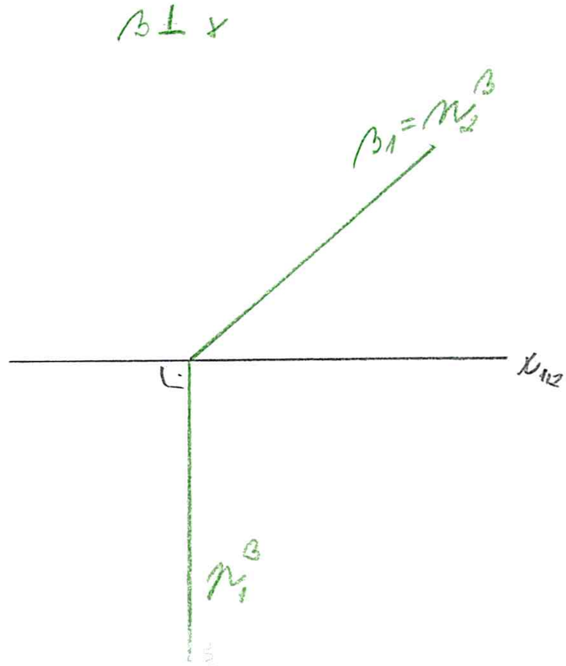
${}^{II}s_1^\rho = \bar{P}_1 \bar{N}_1$

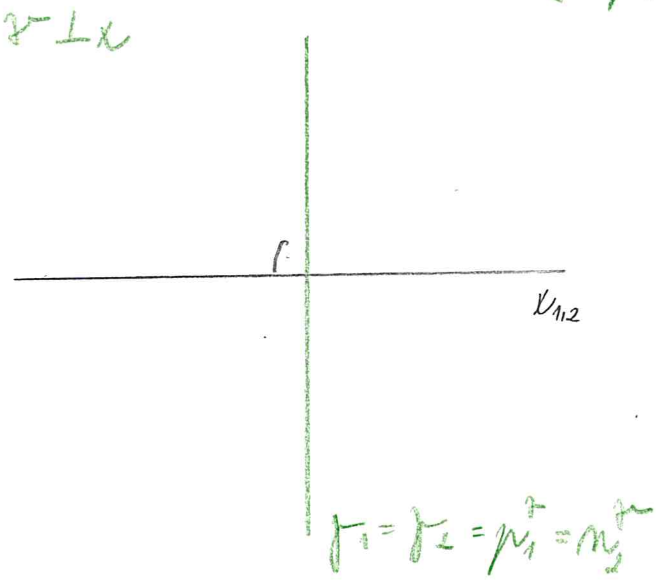


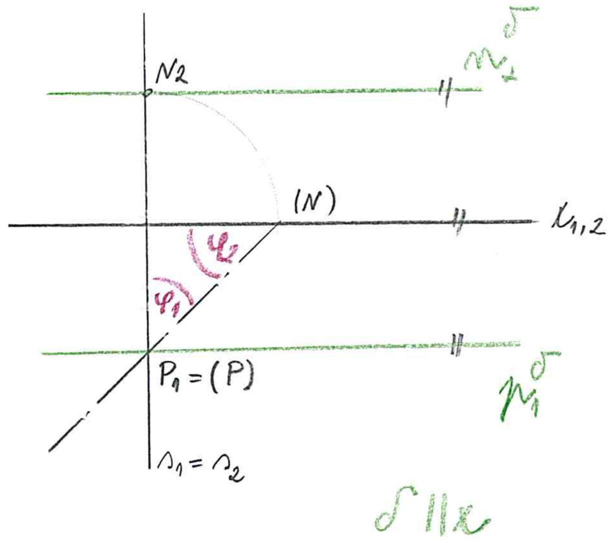
př. 46

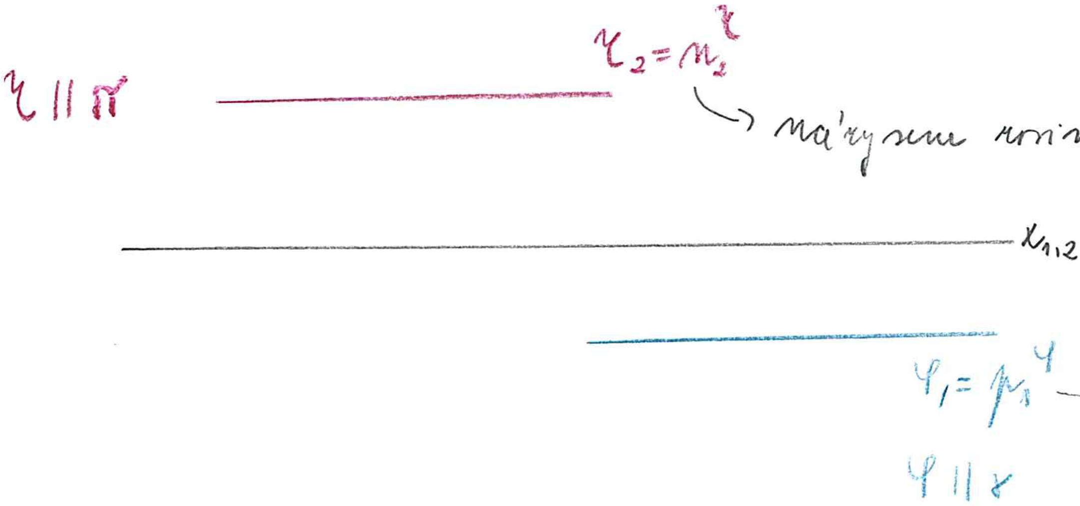
Zvláštní polohy roviny











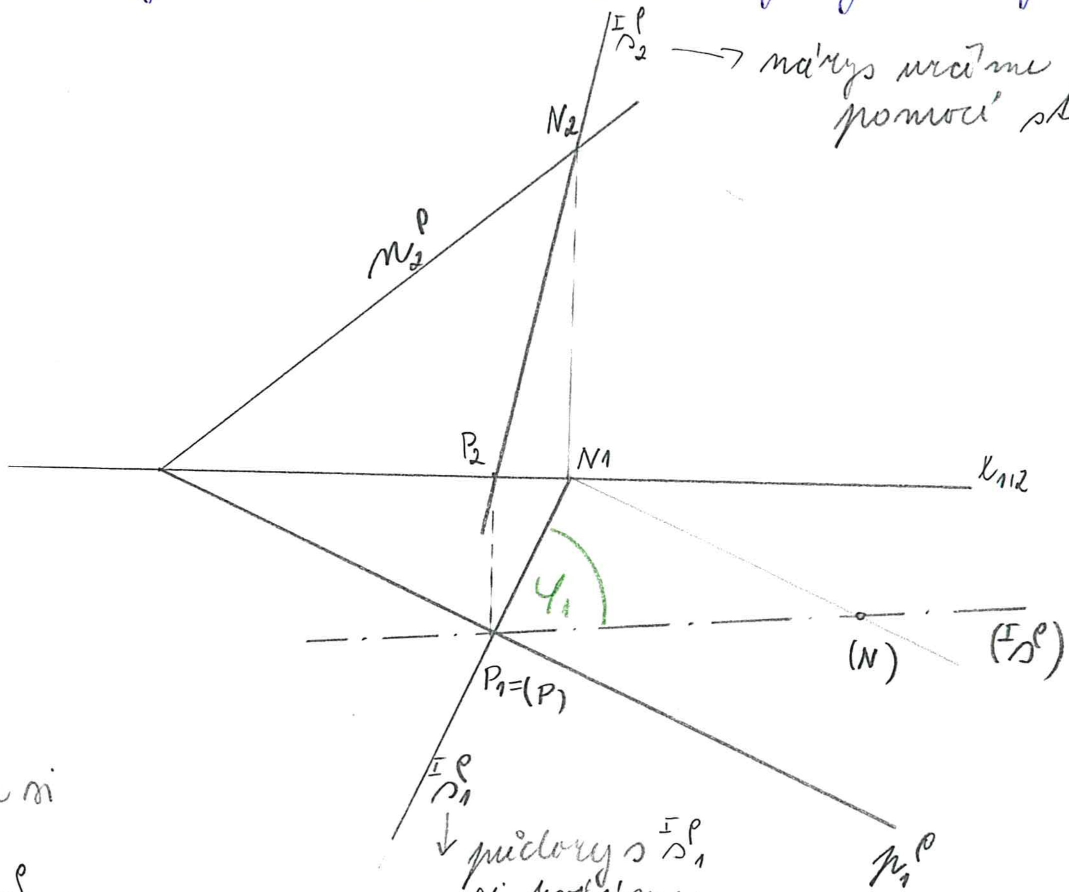
→ nárysem roviny ε je přímka

→ půdorysem roviny φ je přímka

Odchylka roviny od průmětny

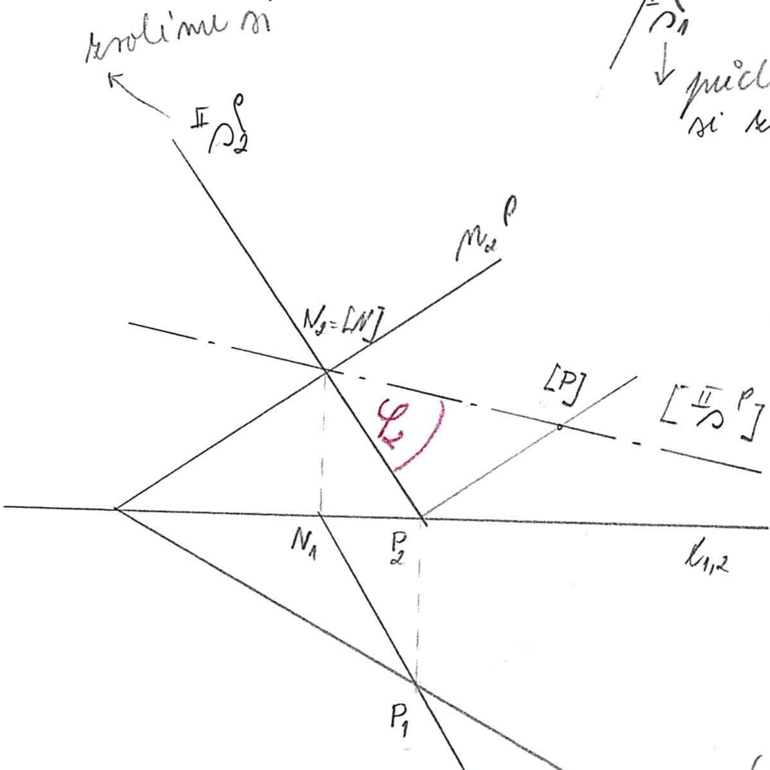
Určete odchylku roviny ρ od půdorysny (nárysny).

Př. 47



→ nárys určíme pomocí stopníků

↓ půdorys $^{I}s_1^{\rho}$ si zvolíme



Odchylka roviny ρ od půdorysny (nárysny) je rovna odchylce spádové přímky I. osnovy (II. osnovy) od půdorysny (nárysny).

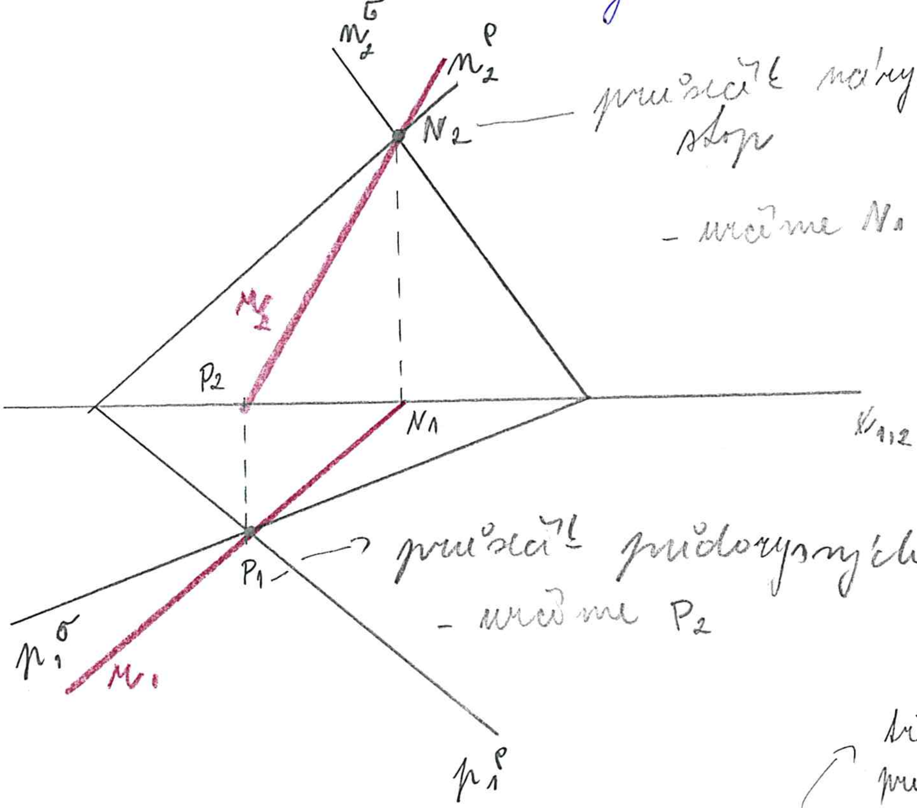
V rovině ρ zvolíme spádovou přímku I. osnovy (II. osnovy) a sklopíme ji do půdorysny (nárysny)

Odchylka roviny ρ od π (ν) je velikost úhlu, který svírá první (druhý) průmět spád. přímky I. (II.) osnovy se sklopenou spád. přímkou.

Zobrazení dvou rovin

a) různoběžné roviny: $\alpha \cap \beta = r$

Př. 59



průsečík nárysných stop
– určíme N_1

$r_1 = P_1N_1$, $r_2 = P_2N_2$ } r – průsečnice

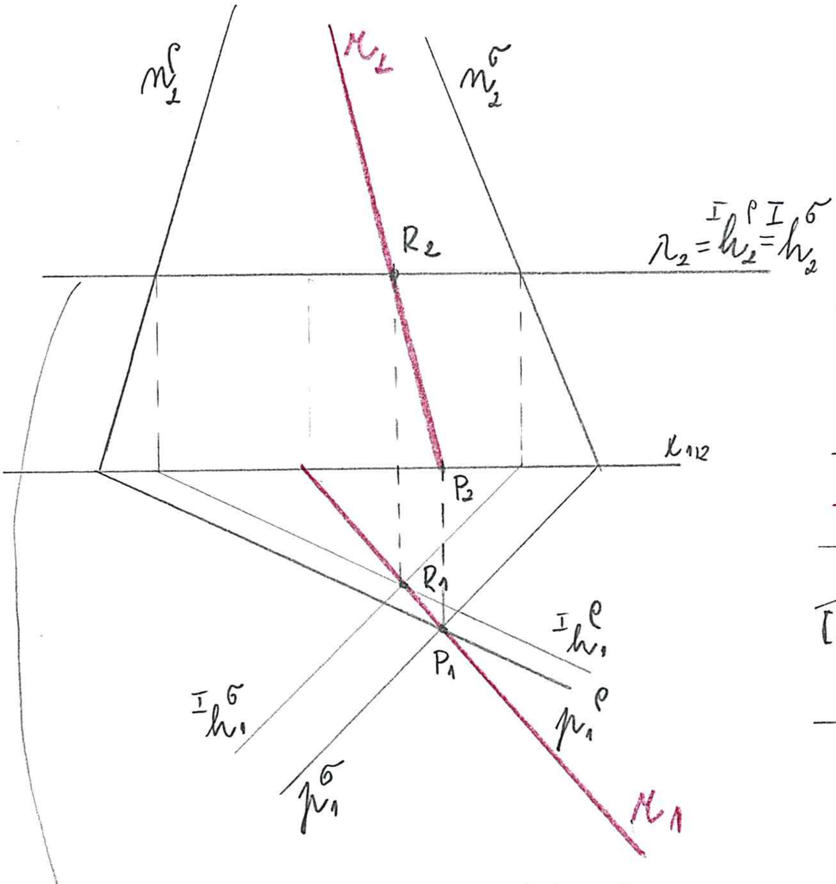
průsečík půdorysných stop
– určíme P_2

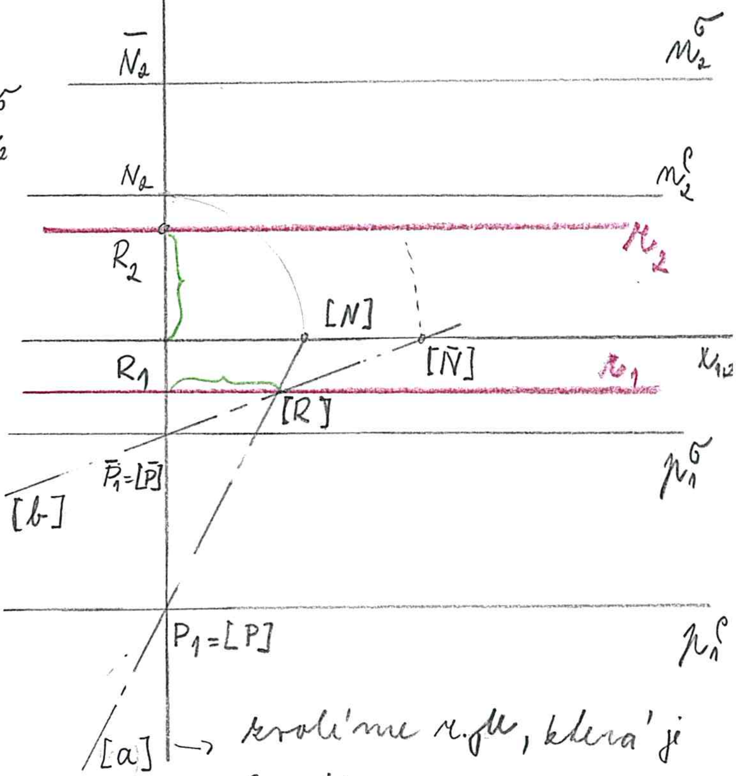
Př. 63

třetí průmětna

$\rho \parallel x$, $\sigma \parallel x$, Př. 63

$\mu_1 = \mu_2 = a_1 = b_1 = a_2 = b_2$





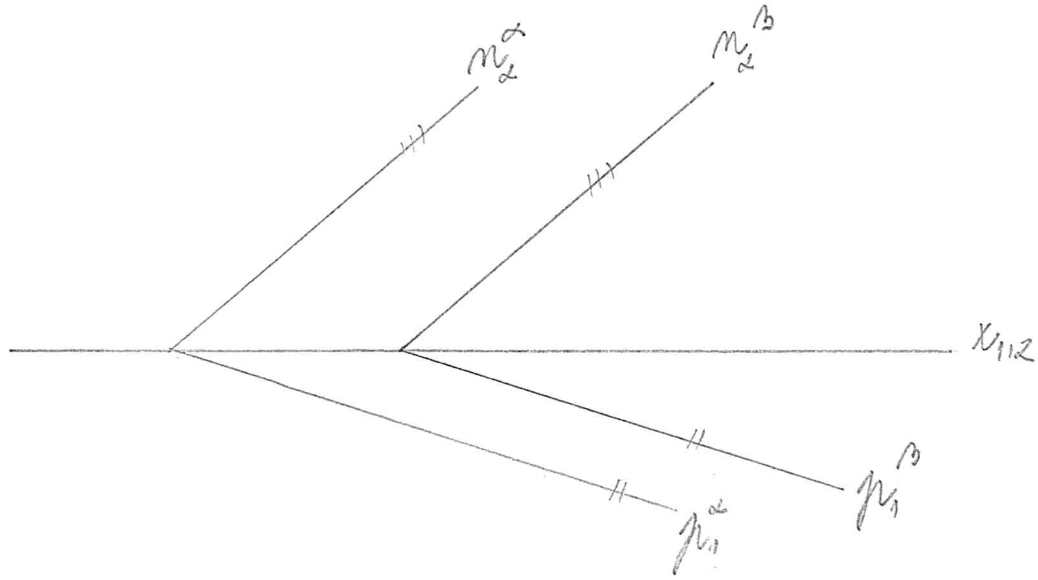
zvolíme r. λ, λ ∥ π, která protne r. ρ a σ v hlavních přímkách

→ zvolíme r. μ, která je kolmá k ose x, $\mu \cap \rho = a$, $\mu \cap \sigma = b$ rovinu a sklopíme do π

Zobrazení dvou rovin

Roviny rovnoběžné

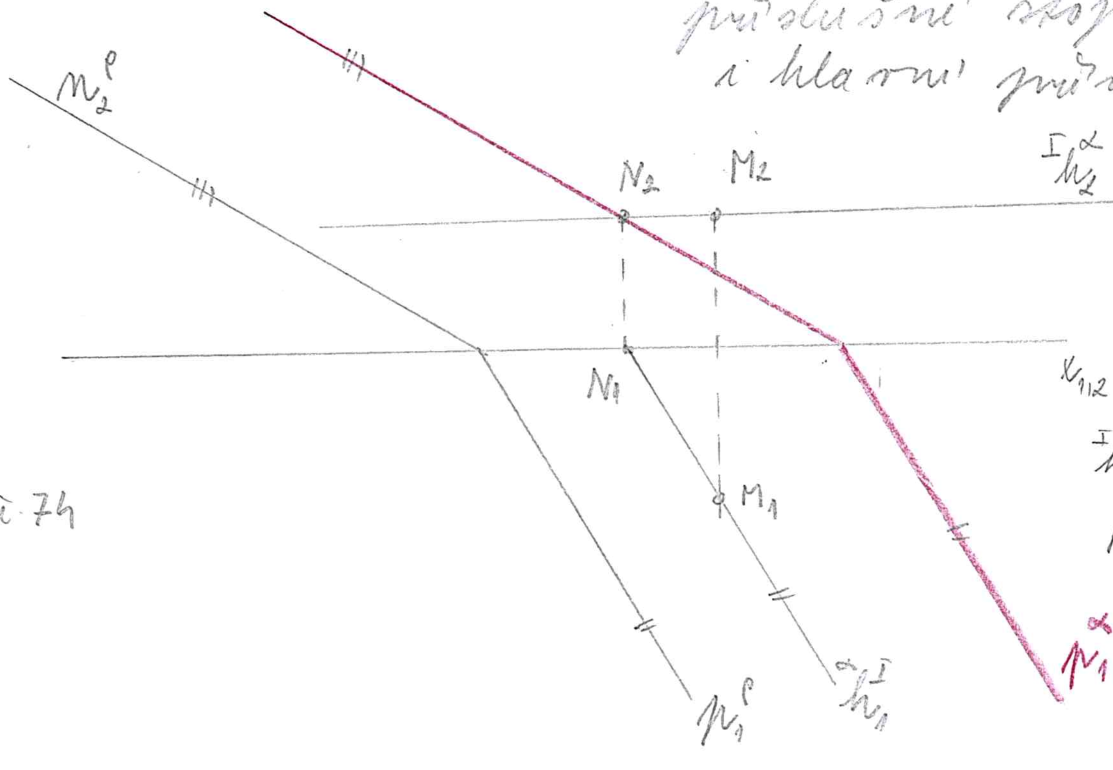
$\alpha \parallel \beta$, $p_1^\alpha \parallel p_1^\beta$, $n_2^\alpha \parallel n_2^\beta$



Př: Bodem M veďte rovinu α rovnoběžnou s rovinou ρ.

Dáno: p_1^ρ, n_2^ρ, M_1, M_2

Navzájem rovnoběžné roviny mají rovnoběžné příslušné stopy, tedy i hlavní přímky.



Př. 74

$^I h_1^\alpha \parallel p_1^\rho$, $M_1 \in {}^I h_1^\alpha$

$N_1 = {}^I h_1^\alpha \cap x_{1,2}$

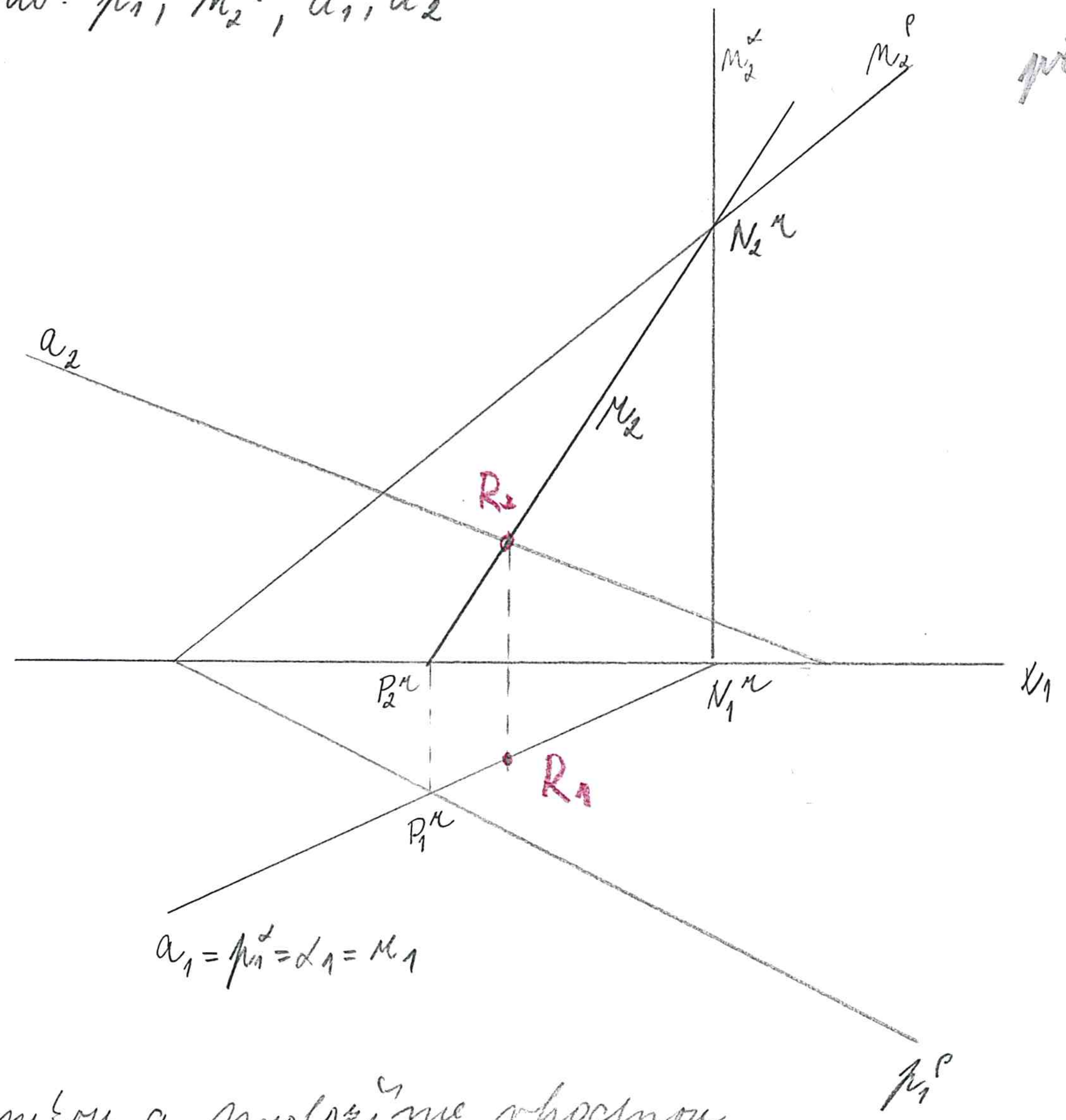
$^I h_2^\rho \parallel x_{1,2}$, $M \in {}^I h_2^\rho$

Průsečík přímky s rovinou

Sestrojte průsečík přímky a s rovinou ρ.

Dáno: p_1^ρ, n_2^ρ, a_1, a_2

př 48, 49, 50



1. Přímkou a proložíme vhodnou rovinu α, $a \subset \alpha$, $\alpha \perp \pi$

   $a_1 = p_1^\alpha = \alpha_1$, $n_2^\alpha \perp x_{1,2}$

2. Sestrojíme průsečnici $r = \alpha \cap \rho$, $r \subset \alpha$, $r \subset \rho$

   $a_1 = \alpha_1 \Rightarrow a_1 = r_1$ .... metoda krycí přímky

   přímka r leží v rovině ρ, tedy její stopníky musí ležet na stopách r. ρ

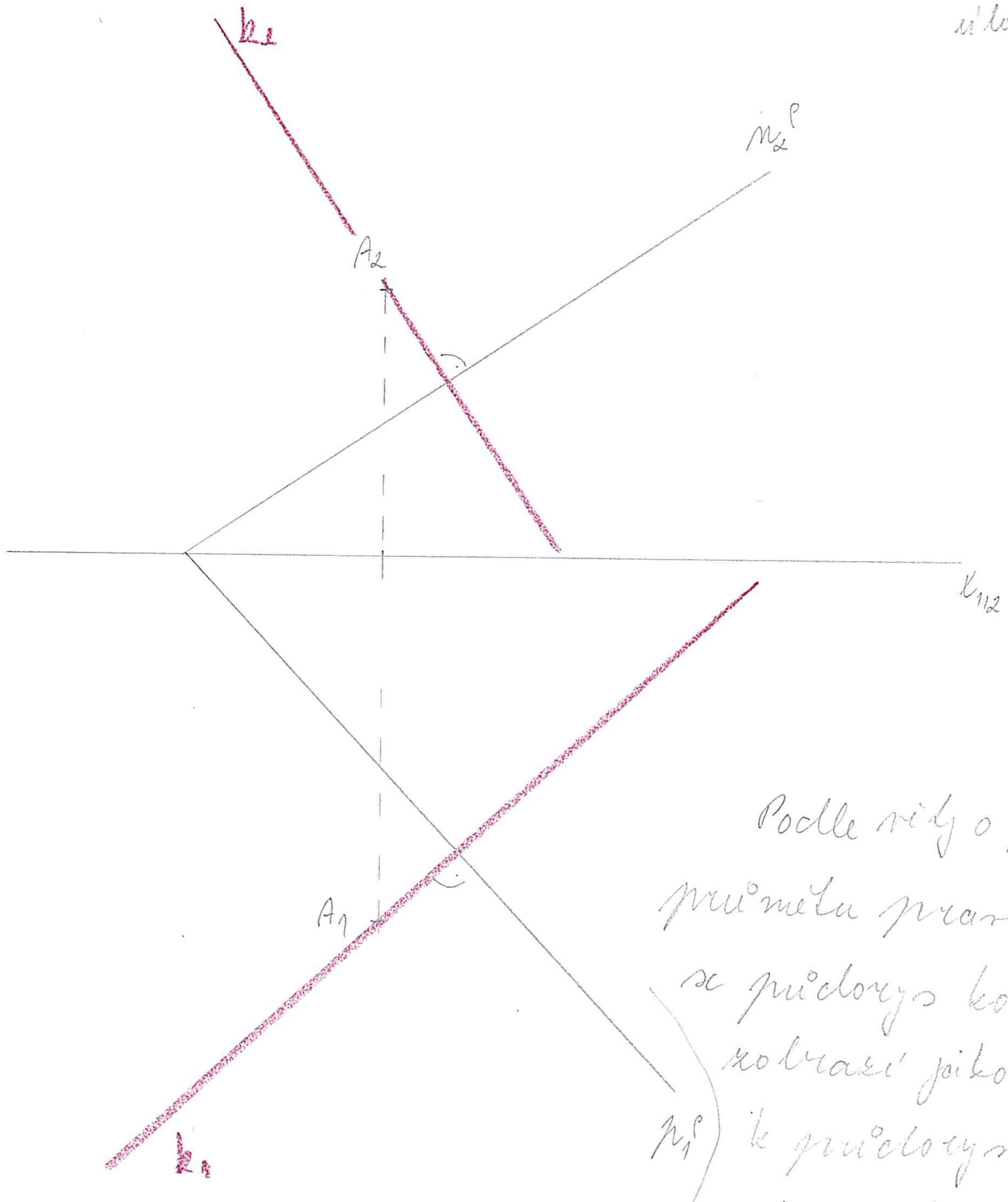
3. průsečík $R = a \cap \rho$, $R_2 = r_2 \cap a_2$, R_1 leží na ordinále

Přímka kolmá k rovině

Bodem A veďte kolmici k rovině ρ

Dáno: $A_1, A_2, p_1^{\rho}, n_2^{\rho}$

Př.: 46, 48 (metrické úlohy)



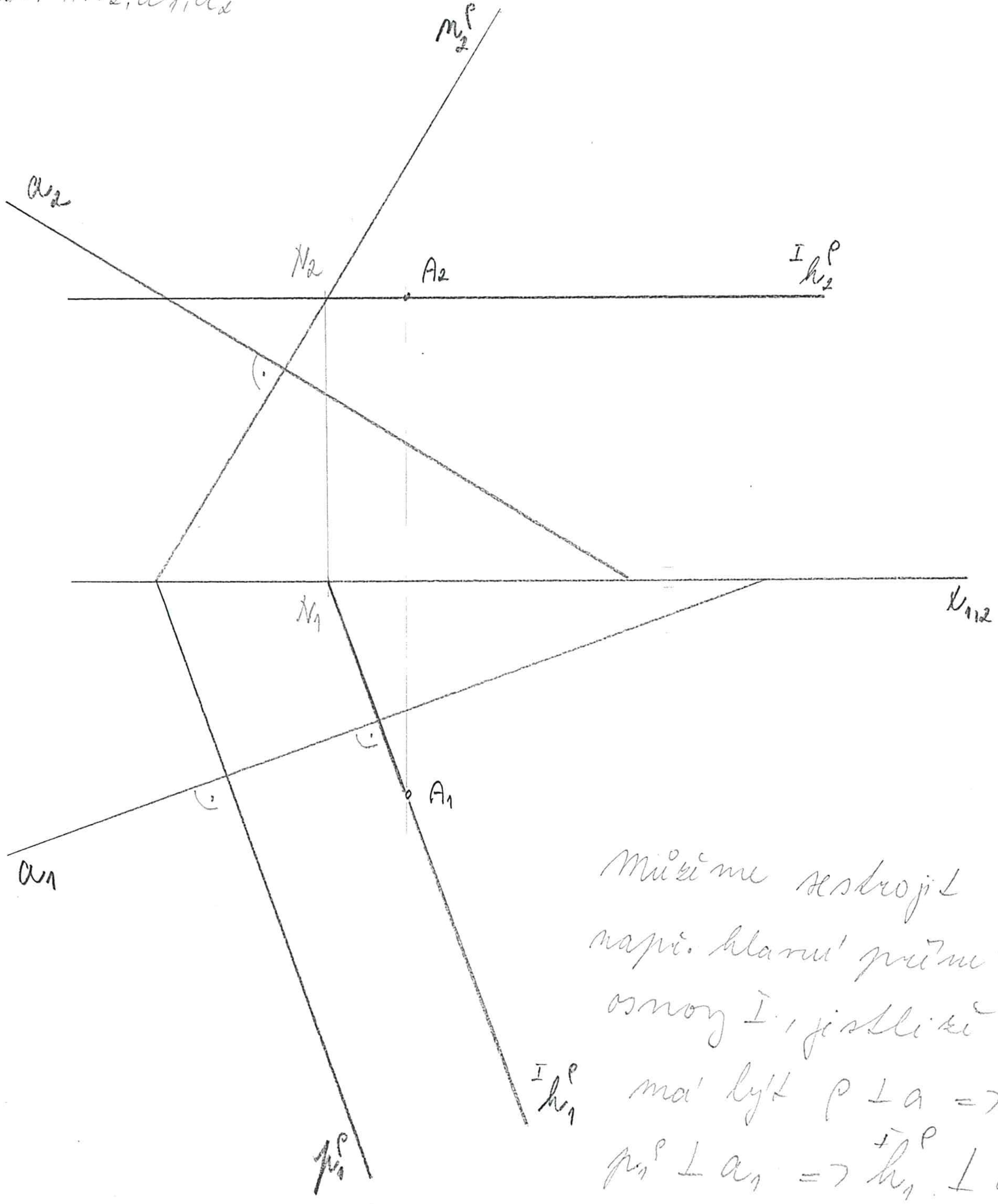
Podle věty o pravoúhlém průmětu pravého úhlu se půdorys kolmice zobrazí jako kolmice k půdorysné stopě, nárys jako kolmice k nárysné stopě.

Rovina kolmá k přímce

Bodem A veďte rovinu ρ kolmou k přímce a.

Př. 88

Dáno: A_1, A_2, a_1, a_2



Můžeme sestrojit např. hlavní přímku osnovy I, jestliže má být $\rho \perp a \Rightarrow p_1^\rho \perp a_1 \Rightarrow {}^{I}h_1^\rho \perp a_1$

$A_1 \in {}^{I}h_1^\rho$; sestrojíme nárys hl. př. osnovy I. ${}^{I}h_2^\rho \parallel x_{1,2}$ a nárysný stopník N.

$(n_2^\rho \perp a_2) \wedge N_2 \in n_2^\rho$

doplníme p_1^ρ.