ny řezu, proto je první obraz $C_1'D_1'$ rovný skutečné velikosti této úsečky).

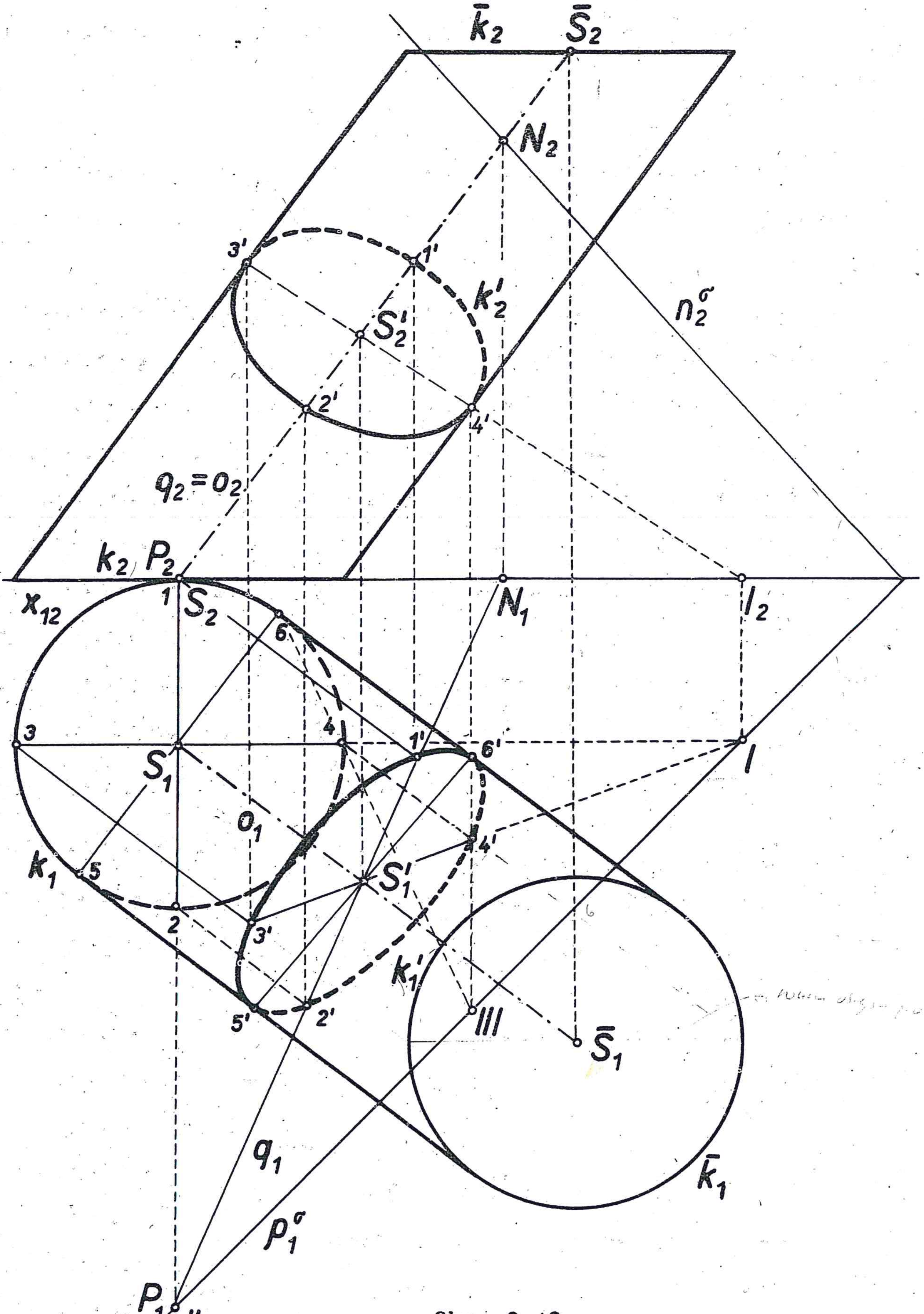
Příklad 2.23

Sestrojte řez kosého válce o podstavě v průmětně ${}^1\pi$ [$S(-3;\ 2,2;\ 0)$, $r = 2,2$; $\bar{S}(2;\ 6;\ 6,5)$] rovinou $\sigma\,(-5,3;\ 5,3;\ 6)$.

Řešení (obr. 2.42). Řešení je založeno na afinním vztahu kružnice k podstavy a elipsy k' řezu válcové plochy, jejíž částí je daný válec, rovinou σ, která splňuje předpoklady o poloze vzhledem k dané ploše. Pro určení této afinity mezi dvěma různoběžnými rovinami stanovíme průsečík $S' = o \cap \sigma$, který odpovídá bodu $S \in {}^1\pi$.

Průmět získané afinity mezi dvěma různoběžnými rovinami (vzhledem k předpokladu o směru promítání vzhledem k těmto rovinám a směru afinity ve středné válcové plochy) do průmětny ${}^1\pi$ dává v ní afinitu v rovině. Pro průmět do roviny ${}^2\pi$ tyto předpoklady splněny nejsou.

Průsečík S' středné o s rovinou σ má první obraz S_1', který získáme pomocí krycí přímky ležící v rovině σ vzhledem k ${}^2\pi$. Je $o_2 = q_2$, $q \in \sigma$, takže $S_1' = q_1 \cap o_1$, $S_2' \in o_2$, $S_1'S_2' \perp x_{12}$. Tím dourčíme afinitu v rovině ${}^1\pi$ mezi obrazem k_1 kružnice k a obrazem k_1' elipsy k' řezu: směr afinity je $o_1 = S_1S_1'$, osa afinity je obraz p_1^σ průsečnice rovin ${}^1\pi$ a σ. Zvolíme nyní v k_1 sdružené průměry $12 \perp 34$, jim odpovídají sdružené průměry $1'2'$, $3'4'$ v k_1', přičemž $12 \cap 1'2' = II \in p_1^\sigma$, $34 \cap 3'4' = I \in p_1^\sigma$. Pro nalezení bodů na obrysu vzhledem k ${}^1\pi$ určíme k průměru $56 \perp o_1$ odpovídající průměr $5'6'$ např. tak, že sestrojíme bod $6'$ odpovídající bodu 6 třeba užitím $64 \cap 6'4' = III \in p_1^\sigma$, potom



$\bar{k}_2$
$\bar{S}_2$
N_2
$3'$
$1'$
k'_2
S'_2
n_2^{σ}
$2'$
$4'$
$q_2 = o_2$
k_2
P_2
x_{12}
1
S_2
N_1
I_2
6
3
4
$1'$
$6'$
I
S_1
o_1
$4'$
k_1
5
S'_1
2
$3'$
k'_1
III
$5'$
$2'$
$\bar{S}_1$
$\bar{k}_1$
q_1
p_1^{σ}
P_1
II

Obr. 2.42

$S_1' \in 5'6'$. Body $5'$ a $6'$ jsou na obrysových přímkách vzhledem k ${}^1\pi$.

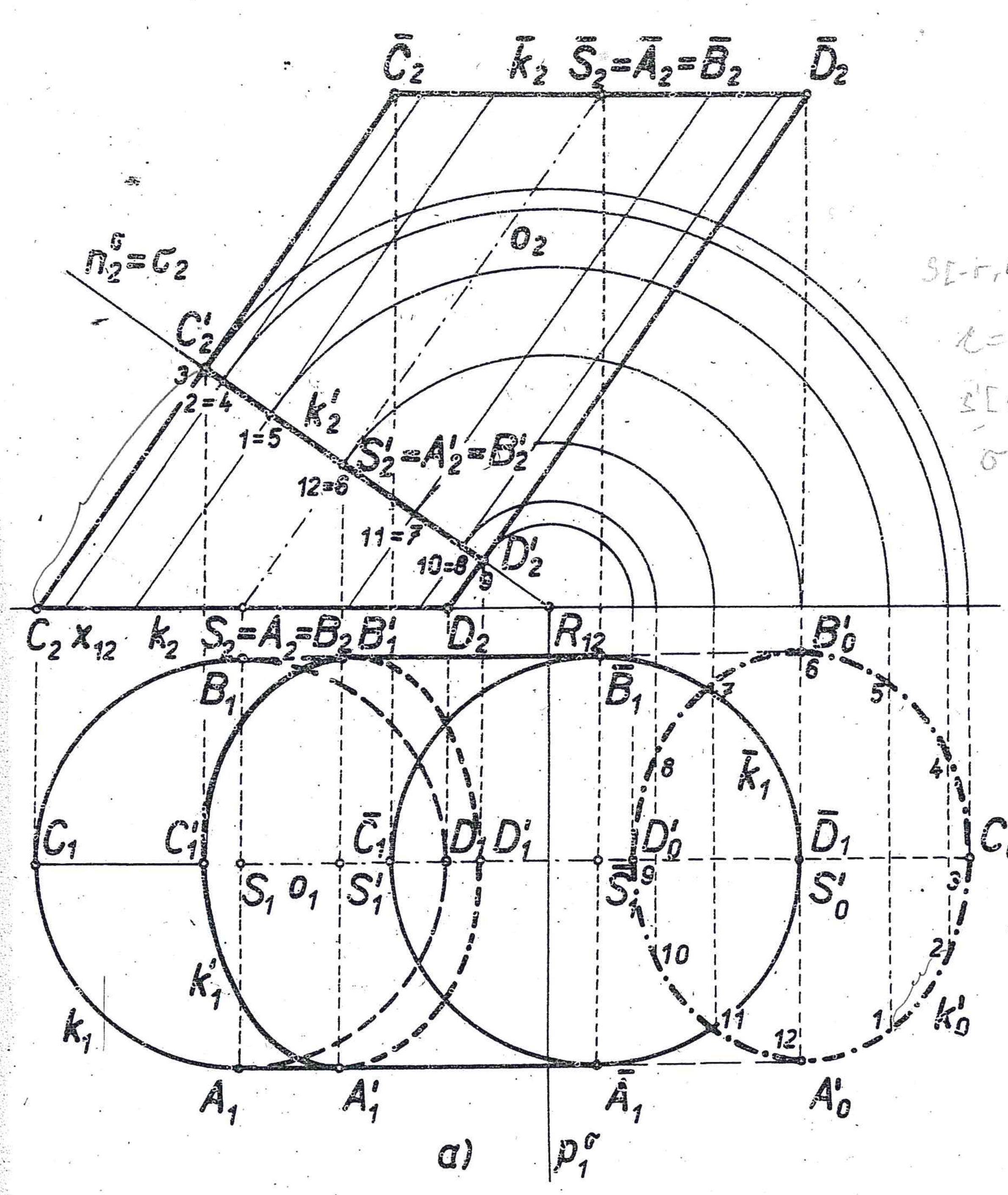
Pro druhý obraz elipsy k dávají obrazy bodů $3'4'$ průměr tohoto obrazu, $S_2' \in 3_2'4_2'$ (indexy 2 v obr. 2.42 k vůli přehlednosti jsou vynechány - k nedopatření nedojde), $3_2'4_2' \cap x_{12} = I_2$ $(II_2 \perp x_{12})$. Body obrazu sdruženého průměru $1_2'2_2'$ určíme pomocí stopníku $IV \in p_1^{\sigma}$, $IV = 23 \cap 2'3'$, $IV_2 \in x_{12}$, $IV\ IV_2 \perp x_{12}$, $IV_2 \in 3_2'2_2'$, $2_2' \in o_2$, dále je $1_2'$ symetrický bod k $2_2'$ podle S_2'. Body $3_2'$ a $4_2'$ jsou zároveň obrazy bodů na obryse vzhledem k ${}^2\pi$.

V obou obrazech sestrojíme příslušné elipsy ze sdružených průměrů a stanovíme nakonec viditelné a neviditelné části řezu vzhledem k průmětnám ${}^1\pi$ a ${}^2\pi$.

Příklad 2.24

Sestrojte síť kosého válce o podstavě v průmětně ${}^1\pi$ $[S(-1,5;\ 4;\ 0),\ \bar{S}(+4;\ 4;\ 8),\ r = 3,3]$ pomocí normálového řezu rovinou $\sigma(+3,3;\ ?;\ ?)$.

<u>Řešení</u>. Řešení lze vždy zjednodušit užitím třetí průmětny rovnoběžné se střednou válcové plochy, jejíž částí je daný kosý válec. Proto byla zvolena v tomto příkladě již zadáním zvláštní poloha středné o rovnoběžné s ${}^2\pi$ (viz obr. 2.43a a příslušnou obdobu pro případ konstrukce sítě kosého hranolu). Pak rovina normálového řezu $\sigma \perp o$, tak že $R_2 \in \sigma_2$, $\sigma_2 \perp o_2$, kde $R(+3,3;\ 0;\ 0)$. Druhý obraz k_2' řezu k' se jeví jako úsečka $C_2'D_2'$. Bod S_2' je obrazem středu S' normálového řezu, $S_1' \in o_1$, $C_1' \in C_1\bar{C}_1$, $D_1' \in D_1\bar{D}_1$ (kde $C_1\bar{C}_1$, $D_1\bar{D}_1$ jsou první obrazy obrysových přímek vzhledem k ${}^2\pi$, takže $C_1' \in o_1$, $D_1' \in o_1$), tedy $C_1'D_1'$ je obraz vedlejší osy elipsy k' řezu.



S[-5,4,0]
r = 3,5
S'[1,4,8]
σ(0,0)

Obr. 2.43a

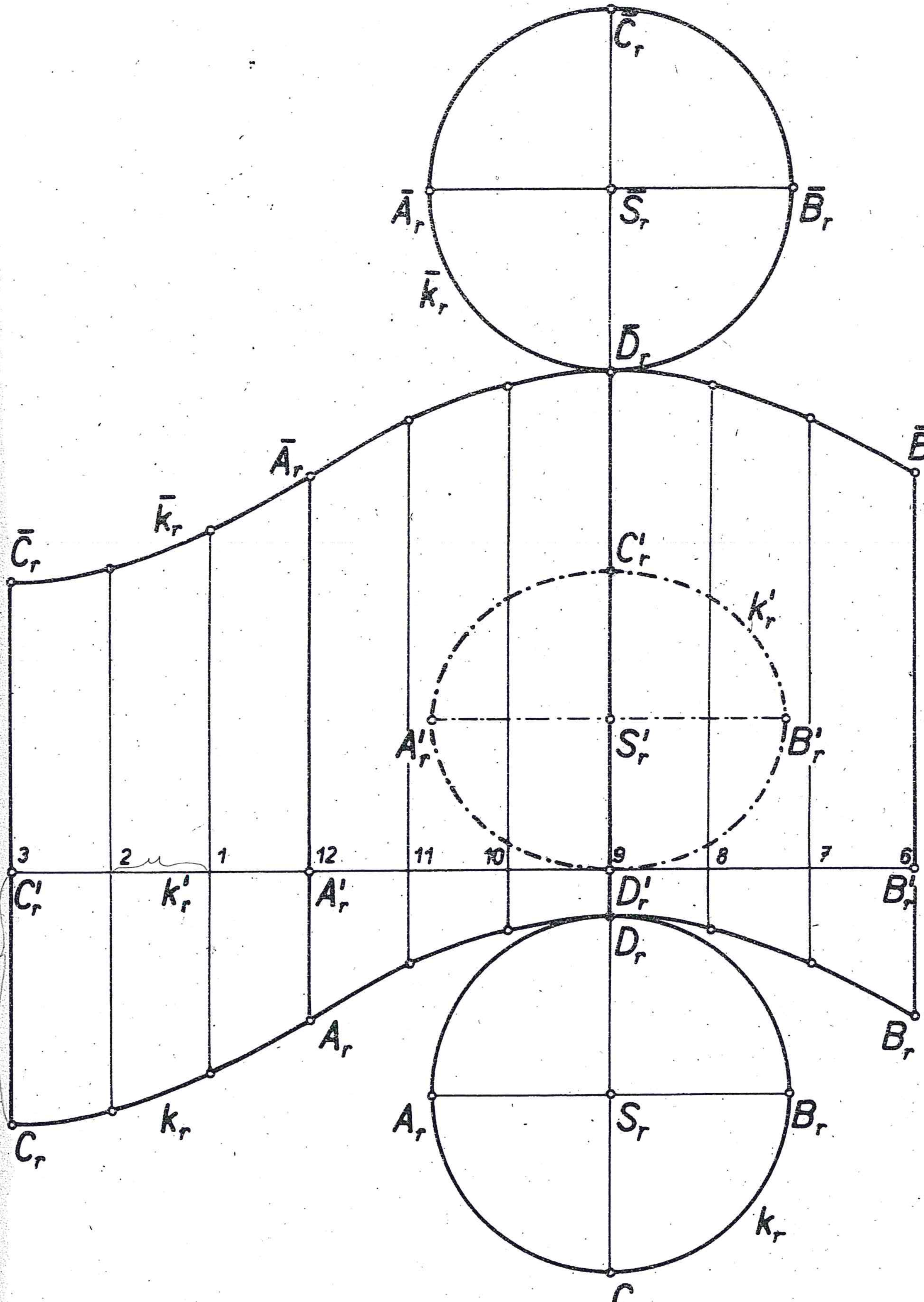
Druhá osa leží na první hlavní přímce $^1h \in \sigma$ ($S \in {}^1h$, takže $S_1' \in {}^1h_1 \parallel p_1^\sigma \perp x_{12}$, tedy A_1', B_1' jsou na obrazech obrysových přímek $A\bar{A}$, $B\bar{B}$ vzhledem k $^1\pi$, $A_2' = B_2' = S_2'$). Protože budeme potřebovat rozvinutí tohoto normálového řezu (rozvine se do úsečky), najdeme jeho skutečnou velikost otočením roviny σ kolem p^σ do $^1\pi$; je $k_0' = k'$, přičemž pro určení k_0'

dostaneme (vzhledem k pravoúhlé afinitě mezi k_1 a k_1', popř. k_1' a k_0' s touž osou p_1^{σ}) osy $A_0'B_0'$, $C_0'D_0'$. Obvod elipsy k_0' rozdělíme (zkusmo - pomocí pravítka a kružítka není tato konstrukce ani přibližně proveditelná), např. na 12 stejných dílů dělicími body A_0', 1, 2, $B_0' = 3$, ... , $C_0' = 9$, ... , $A_0' = 12$ (indexy 0 pro jednoduchost vynecháme jak v dalším textu, tak na obr. 2.43b) a vyneseme obvod elipsy na zvolenou přímku, např. od bodu C_r' (viz obr. 2.43b) je vyznačeno pouze tři čtvrtiny obvodu. Pak naneseme skutečné velikosti úseček dělicími body elipsy k' až k podstavné kružnici k (zjistíme vše v druhém obraze), čímž dostaneme rozvinutí k_r podstavy k. V bodě D_r připojíme kružnici k_r tak, aby v D_r měla tato kružnice společnou tečnu (rovnoběžnou s k_r') s rozvinutím k_r. Pak už snadno sestrojíme rozvinutí $\bar{k}_r$ vynesením úsečky o délce $|S\bar{S}|$ od jednotlivých bodů rozvinutí k_r (obě křivky k_r a $\bar{k}_r$ jsou tedy navzájem shodné a posunuté směrem kolmým k rozvinutí k_r'). Připojením kružnice $\bar{k}_r$ např. v bodě D_r obdobně jako pro k_r, dostaneme celou síť daného kosého válce (tato druhá podstava není v obr. 2.43b zakreslena).

Je-li naším úkolem sestrojit síť dolní seříznuté části kosého válce, pak připojíme např. v bodě D_r' elipsu k_r' tak, že její osa $C_r'D_r' = C_0'D_0'$ je kolmá na k_r' a $A_r'B_r' = A_0'B_0'$ je rovnoběžná s k_r'.

Uvažujme nyní kuželovou plochu a hledejme její řez danou rovinou σ. Za předpokladu, že rovina řezu σ není ani vrcholová rovina kuželové plochy ani není rovnoběžná s rovinou ρ řídicí kružnice k plochy, platí:

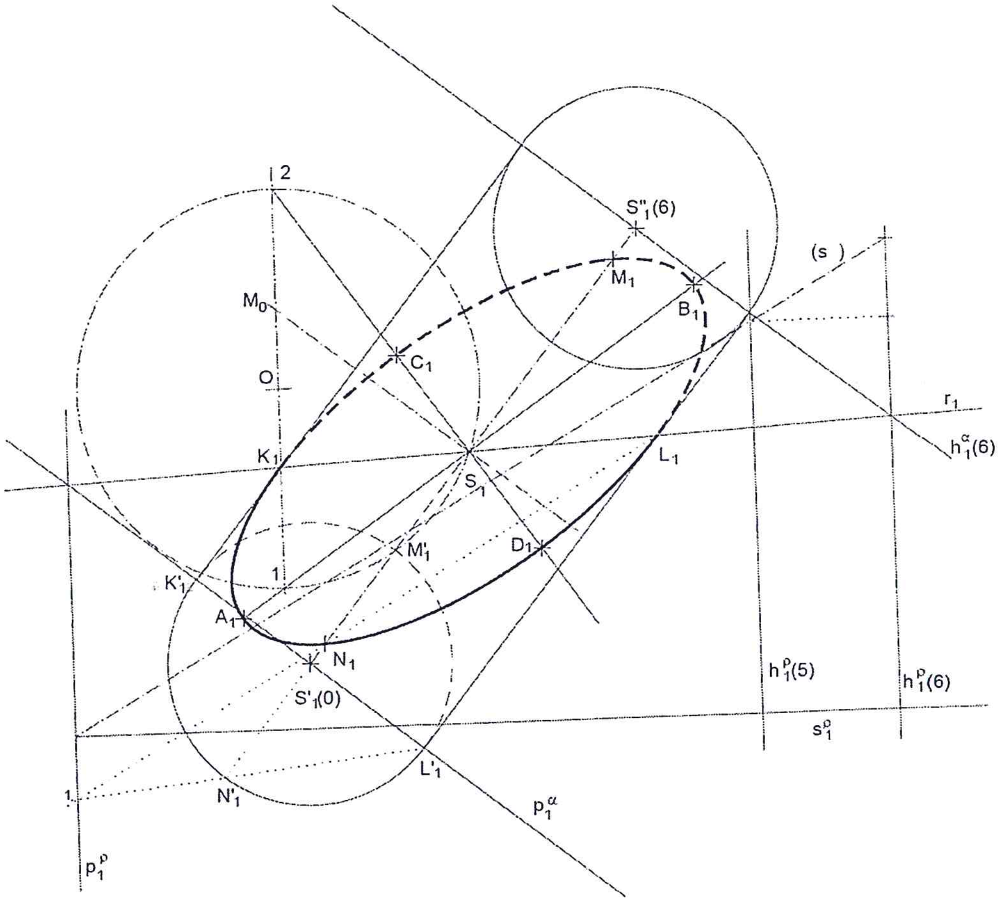
Řez k' roviny σ a kuželové plochy je v kolineaci mezi dvěma různoběžnými rovinami σ a ρ pro střed kolineace ve


$\bar{C}_r$
$\bar{A}_r$
$\bar{S}_r$
$\bar{B}_r$
$\bar{k}_r$
$\bar{D}_r$
$\bar{A}_r$
$\bar{B}_r$
$\bar{k}_r$
$\bar{C}_r$
C'_r
k'_r
A'_r
S'_r
B'_r
3
2
1
12
11
10
9
8
7
6
C'_r
k'_r
A'_r
D'_r
B'_r
D_r
A_r
B_r
C_r
k_r
A_r
S_r
B_r
k_r
C_r

Obr. 2.43b

Příklad 12. (řešení)

Sestrojte řez kosého kruhového válce, který má podstavu v průmětně π a horní podstavu se středem S", rovinou ρ.



Sestrojte řez kosého kruhového válce, který má podstavu v průmětně π a horní podstavu se středem S', rovinou ρ.