**Čtyřúhelníky**

Čtyřúhelník je sjednocením dvou trojúhelníků bez společných vnitřních bodů, ale se společnou celou jednou stranou. (Krajní body společné strany nejsou přitom vnitřními body úsečky s krajními body, kterými jsou zbývající dva vrcholy každého z trojúhelníků.)

Rozdělení čtyřúhelníků podle tvaru:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| čtyřúhelníky | * nekonvexní |  | | |
| * konvexní | * obecné |  | |
|  | | * rovnoběžníky | pravoúhelníky | obdélníky |
| čtverce |
| kosodélníky | kosodélníky |
| kosočtverce |
| * lichoběžníky | obecné | |
| rovnoramenné | |
| pravoúhlé | |
| * deltoidy | * jejich úhlopříčky jsou navzájem kolmé a právě jedna z nich půlí druhou | |

**Konvexní** **čtyřúhelníky**

|  |  |
| --- | --- |
|  | strany čtyřúhelníku |
|  | úhlopříčky čtyřúhelníku |
|  | vnitřní úhly čtyřúhelníku |

* Nutná a postačující podmínka k existenci konvexního čtyřúhelníku:

)

Mezi nejdůležitější konvexní čtyřúhelníky patří:

1. **tětivové** – lze jim opsat kružnici,
2. **tečnové** – lze jim vepsat kružnici, která se zvnitřku dotýká všech jeho stran ve vnitřních bodech,
3. **dvojstředové** – tětivové a tečnové současně; netýká se jen čtverců!

**Věta 1** (kritérium = nutná a postačující podmínka pro tětivový čtyřúhelník)  
Konvexní čtyřúhelník ABCD je **tětivový**, právě když platí:

*Důkaz:*

Pozn: Rozumí se při obvyklém označení velikostí jeho vnitřních úhlů.

**Věta 2** (kritérium = nutná a postačující podmínka pro tečnový čtyřúhelník)  
Konvexní čtyřúhelník ABCD je **tečnový**, právě když platí:

*Důkaz:*

Pozn: Rozumí se při obvyklém označení velikostí (délek) jeho stran.

|  |
| --- |
| Vzorce pro obsah |
| 1. Pro obsah tětivového čtyřúhelníku ABCD platí tzv. Brahmaguptův vzorec:   ,  kde , (). Pozn: Jeho důkaz se vede podobně jako u Heronova vzocre, proto se mu někdy říká Heronův vzorec pro tětivový čtyřúhelník. |
| 1. Pro obsah tečnového čtyřúhelníku ABCD platí:   **,**  kde a je poloměr kružnice čtyřúhelníku vepsané. |
| 1. Pro obsah dvojstředového čtyřúhelníku ABCD platí: |

Pozn: Nutná a postačující podmínka z Věty 1 se často nahrazuje následující ekvivalentní podmínkou:

**Věta 1⃰**   
Konvexní čtyřúhelník je tětivový, právě když je některý z jeho vnitřních úhlů shodný s vedlejším úhlem u protějšího vrcholu.

Další dvě zajímavá, málo známá a elegantní tvrzení:

**Věta 3** Úhlopříčky a v konvexním čtyřúhelníku jsou navzájem kolmé, právě když platí .

*Důkaz:*

**Věta 4** Úhlopříčky a v tečnovém čtyřúhelníku D jsou navzájem kolmé, právě když platí .

*Důkaz:*

*Cvičení 1.* Odvoďte vzorec z Brahmaguptova vzorce užitím vztahu .