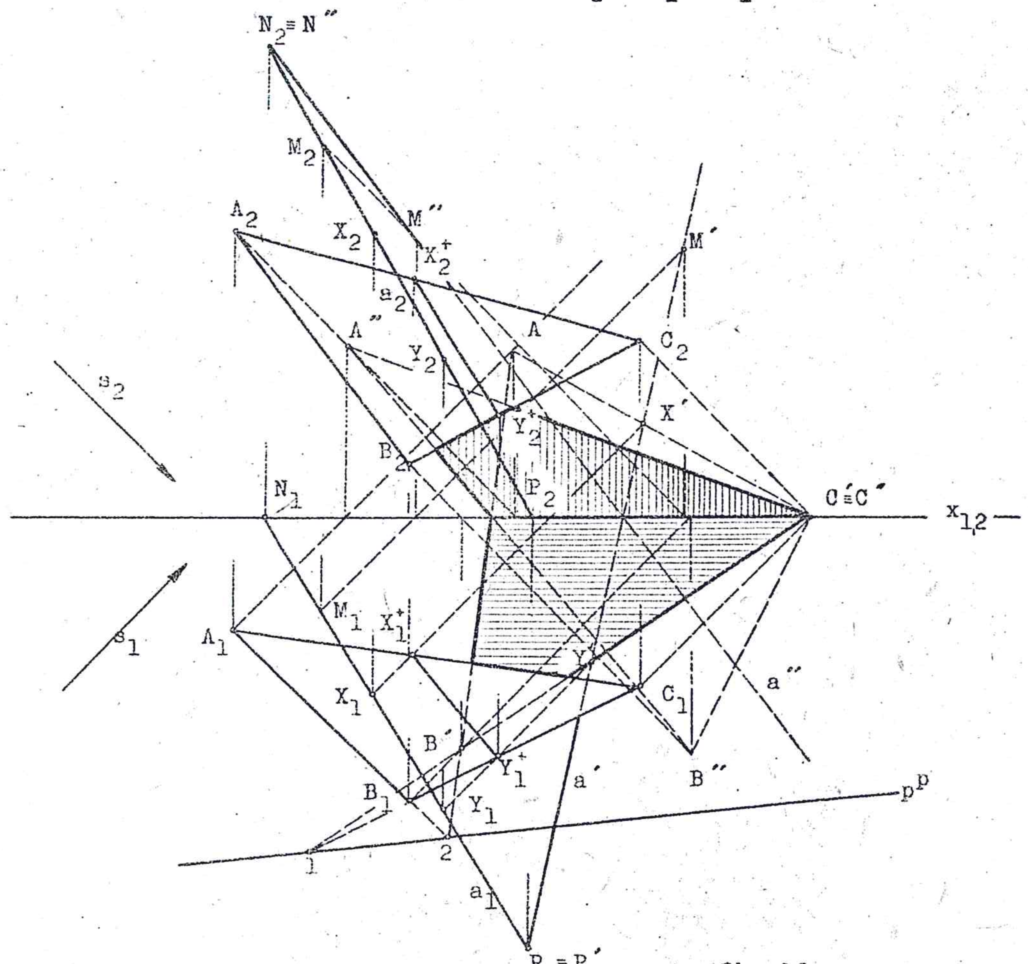
daného trojúhelníka a afinní paprsky jsou rovnoběžné s půdorysem (nárysem) směru světelného paprsku. Odpovídající si vrcholy A_1A', B_1B', C_1C' obou obrazců leží totiž



Obr.10.

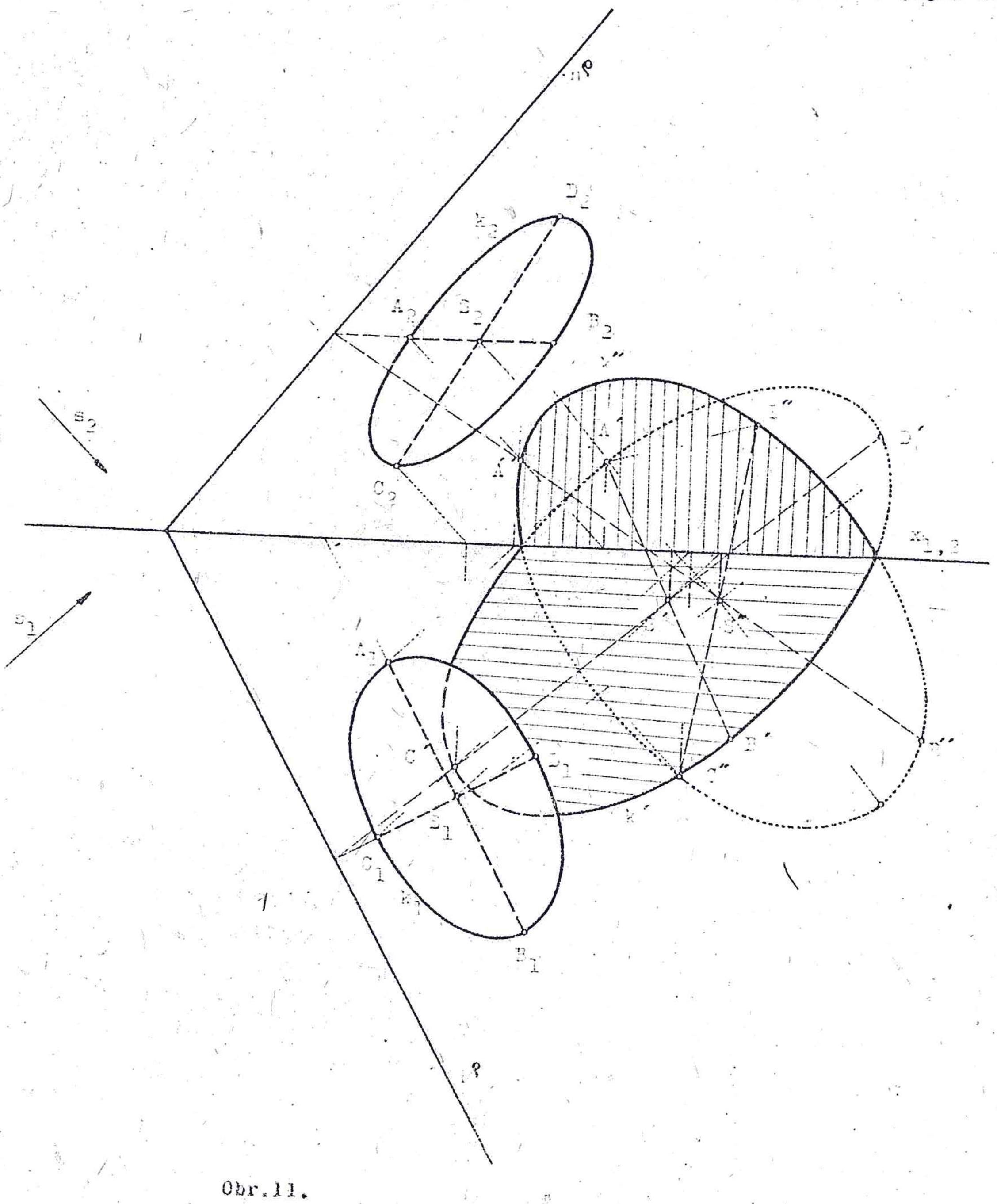
na rovnoběžkách a odpovídající si přímky A_1B_1, $A'B'$; B_1C_1, $B'C'$; A_1C_1, $A'C'$ se protínají na stopě roviny trojúhelníka, neboť z osvětlení přímky víme, že její vržený stín na půdorysnu vychází ze souhlasného stopníku.

Přímka a vrhá na půdorysnu stín do přímky a'. Přímka a' protíná obrys vrženého stínu trojúhelníka na rovině τ v bodech X', Y'. Vedeme-li body X' a Y' zpětné paprsky, protínají příslušné strany trojúhelníka v bodech X^+ a Y^+ a přímku a v bodech X a Y. Úsečka X^+Y^+ je vrženým stínem úsečky XY na trojúhelník ABC. Úsečky PY a NX pak vrhají stín na průmětny.

1.5. Osvětlení kružnice a kruhu

Rovina kružnice může být se směrem světelných paprsků rovnoběžná nebo různoběžná. Leží-li kružnice v rovině rovnoběžné se směrem světelných paprsků, je jejím vrženým stínem úsečka.

Je-li rovina kružnice různoběžná se směrem osvětlení, vyplňují světelné paprsky, procházející jednotlivými body kružnice, světelnou válcovou plochu, jejíž řídící



Obr.11.

křivkou je osvětlovaná kružnice. Elipsa nebo kružnice, ve které protíná světelnou válcovou plochu rovina vržených stínů, je vrženým stínem uvažované kružnice.

Tato křivka je určena např. sdruženými průměry, které jsou vrženým stínem sdružených průměrů osvětlované kružnice. Kružnice a její vržený stín jsou, jako rovinné řezy světelné válcové plochy, v afinním vztahu.

V obr. 11 je v Mongeově promítání zobrazeno technické osvětlení kruhu ležícího v rovině ϱ. Pro kružnici k byly zvoleny sdružené průměry AB a CD. Jejich vržené stíny $A'B'$, $C'D'$ a $A''B''$, $C''D''$ jsou sdruženými průměry vržených stínů k' a k'' kružnice k na průmětny. Vržené stíny k' a k'' se protínají na ose x.

Osová afinita, která platí mezi půdorysem (nárysem) k_1 (k_2) a vrženým stínem k'(k'') na půdorysnu (nárysnu), má za osu půdorysnou (nárysnou) stopu roviny ϱ kružnice, směr afinity je půdorys (nárys) s_1 (s_2) světelného paprsku, dvojice odpovídajících si bodů je např. S_1, S' (S_2, S'').

Obrys vrženého stínu kruhu na průmětny π a ν je tvořen těmi oblouky křivek k' a k'', které leží v kladných polorovinách π a ν.

2. Rovnoběžné osvětlení těles a ploch

2.1. Osvětlení mnohostěnů

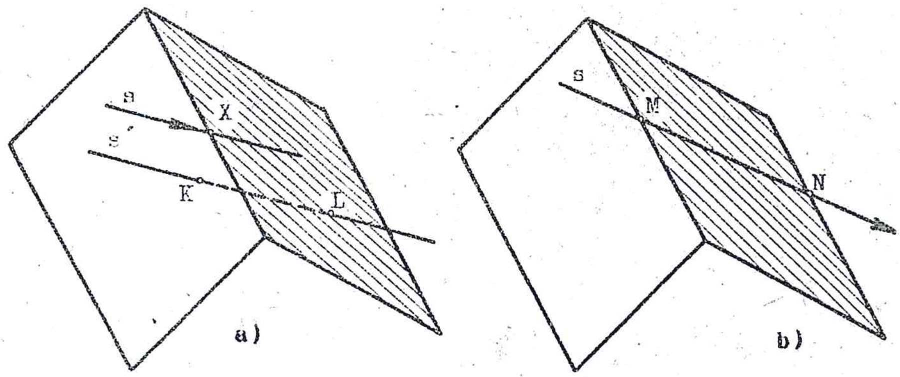
Při osvětlování vypuklých mnohostěnů (v dalším budeme předpokládat, že se jedná výhradně o vypuklé mnohostěny) mají světelné paprsky vzhledem k mnohostěnu tyto polohy:

a) protínají mnohostěn ve dvou různých bodech (např. paprsek s' v obr. 12),

b) stýkají se s mnohostěnem v jediném bodě některé hrany a jsou proto nazývány <u>paprsky styčnými</u> (např. paprsek s v obr. 12a a 13),

c) leží v rovině některé stěny mnohostěnu (obr. 12b),

d) nemají s mnohostěnem žádný společný bod.

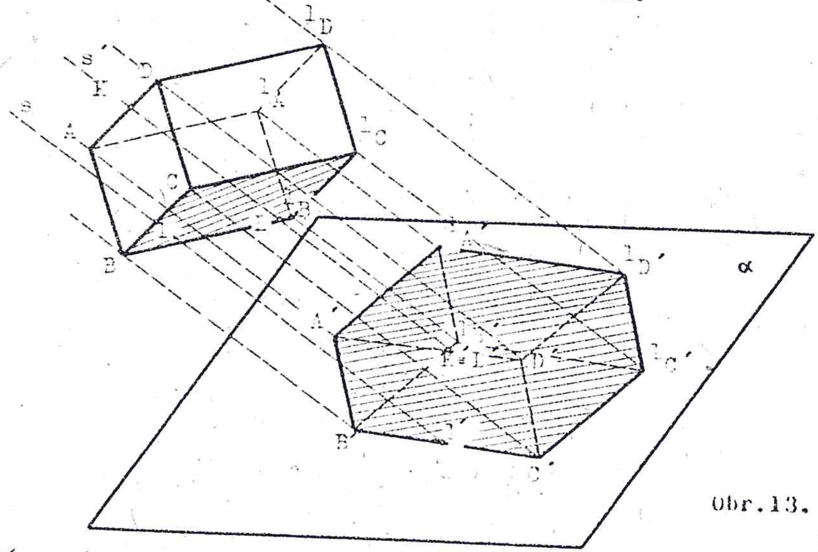


Obr. 12.

V tom případě, kdy světelný paprsek protíná mnohostěn ve dvou různých bodech, je průsečík, který je blíže světelnému zdroji, na osvětlené části mnohostěnu, kdežto průsečík vzdálenější je na oné části, která je ve vlastním stínu. Nejdůležitějšími paprsky jsou paprsky styčné. Takový paprsek určuje s příslušnou hranou její světelnou rovinu, která je nazývána styčnou rovinou. V ní leží všechny světelné paprsky jdoucí jednotlivými body příslušné hrany. Hrana mnohostěnu je průsečnicí dvou jeho sousedních stěn. Je-li její světelná rovina rovinou styčnou, je jedna z těchto stěn osvětlená a druhá ve vlastním stínu (obr.12a).

Leží-li světelný paprsek v rovině některé stěny (obr. 12b) a tato rovina je tedy se světelným paprskem rovnoběžná, budeme ji považovat za neosvětlenou (úmluva).

Všechny hrany mnohostěnu, které jsou průsečnicemi stěny osvětlené a stěny, která je ve vlastním stínu, určují prostorový mnohoúhelník, který odděluje osvětlenou část mnohostěnu od části, která je ve vlastním stínu; tento mnohoúhelník se nazývá mezí vlastního stínu osvětlovaného mnohostěnu.



Obr.13.

Styčné roviny mnohostěnu a roviny stěn, které jsou rovnoběžné se světelnými paprsky, protínají rovinu vržených stínů v průsečnicích, jež určují mnohoúhelník, tvořící obrys (mez) vrženého stínu. Tento mnohoúhelník je vrženým stínem prostorového mnohoúhelníka tvořícího mez vlastního stínu.

Zpětné paprsky vedené vnitřními body vrženého stínu protínají osvětlovaný mnohostěn ve dvou různých bodech, z nichž jeden je na jeho části, která je ve vlastním stínu, druhý na části osvětlené.

Z toho plyne:

Obrys vrženého stínu tělesa na rovinu nebo na jiné těleso je vrženým stínem jeho meze vlastního stínu.

Při osvětlování mnohostěnu můžeme volit tento postup (obr.13): Určíme vržené stíny všech jeho vrcholů na danou rovinu α . Spojením stínů příslušných vrcholů získáme stíny všech hran a stěn (považujeme přechodně mnohostěn za drátěný model). Pomocí zpětných paprsků určíme ty hrany mnohostěnu, jejichž vržené stíny tvoří obrys vrženého stínu. Tyto hrany určují prostorový mnohoúhelník, který je mezí vlastního stínu.

O tom, která část mnohostěnu je osvětlená, je možno rozhodnout např. takto: Vedeme-li průsečíkem $K' \equiv L'$ vržených stínů dvou mimoběžných hran, ležících uvnitř obrysu vrženého stínu, zpětný paprsek, protne tento paprsek příslušné hrany v bodech K,L. Bod K je na hraně, která je blíže světelnému zdroji, leží proto na osvětlené části mnohostěnu.

2.2. Osvětlení jehlanu

Při osvětlování jehlanu je výhodné volit jako rovinu vržených stínů rovinu podstavy, neboť tehdy stín podstavy s podstavou splývá a je proto třeba stanovit jen obrys vrženého stínu jeho pláště. Světelné roviny procházející jednotlivými pobočnými hranami jehlanu tvoří svazek rovin, jehož osou je světelný paprsek procházející bodem V. Rovina vržených stínů protne tento svazek rovin v paprskovém svazku se středem v průsečíku V' osy svazku s rovinou vržených stínů (vržený stín vrcholu). Obrys vrženého stínu pláště jehlanu tvoří průsečnice těch světelných rovin, které jsou rovinami styčnými. Jsou to paprsky, které jsou krajními paprsky svazku.

Pobočné hrany jehlanu, kterými styčné roviny procházejí, tvoří mez vlastního stínu na plášti. Tyto hrany pak spolu s podstavnými hranami, kterými procházejí ostatní styčné roviny, tvoří prostorový mnohoúhelník - mez vlastního stínu jehlanu.

Příklad 1.:

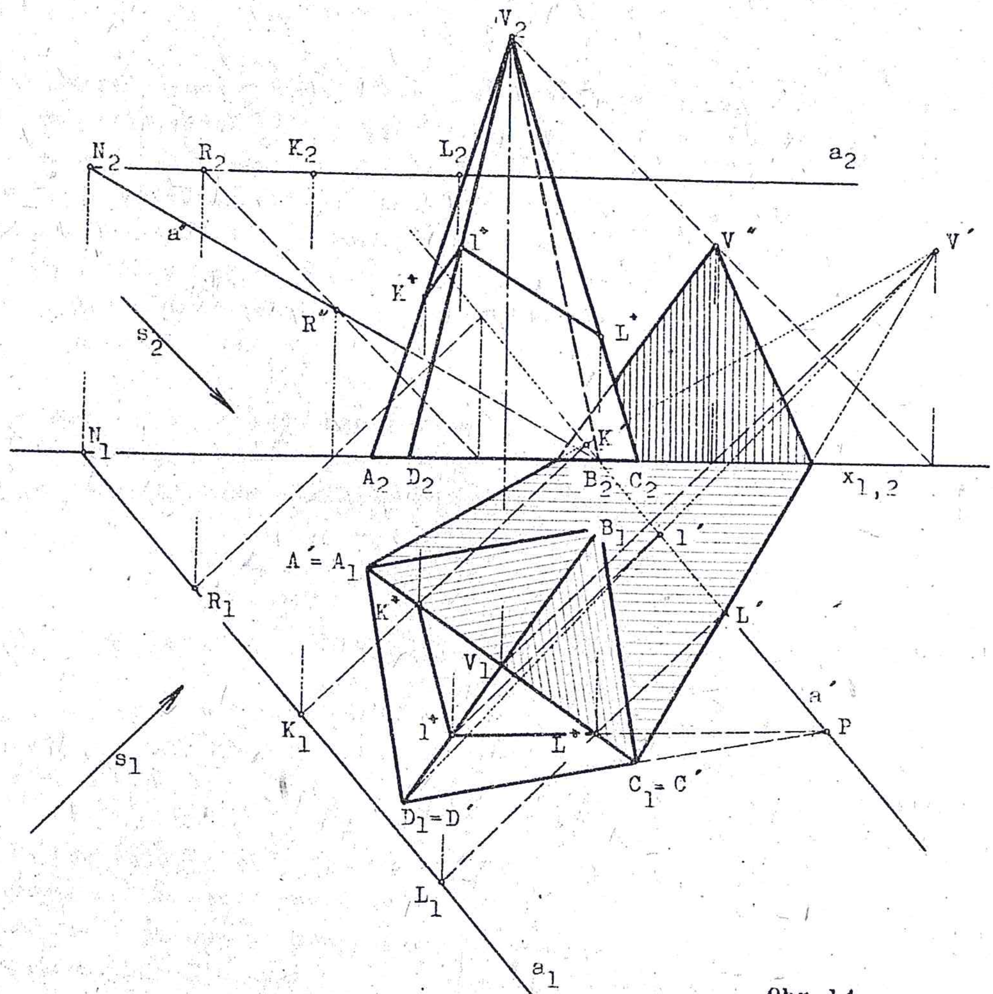
Technické osvětlení přímky a a pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavou v půdorysně. V obr. 14 je úloha řešena v Mongeově promítání.

Sestrojíme nejprve vržený stín jehlanu na půdorysnu (bez ohledu na nárysnu): Určíme vržený stín V' vrcholu jehlanu. Protože podstava jehlanu je v půdorysně, splývá její vržený stín s jejím půdorysem ($A_1 \equiv A'$, $B_1 \equiv B'$,...). Obrys vrženého stínu na půdorysnu je tedy určen vrcholy V', C', D', A'.

Podobným způsobem by bylo možno sestrojit vržený stín jehlanu na nárysnu. Jeho obrys by byl určen vrcholy V", C", D", A". Z vrženého stínu na půdorysnu se rýsuje jen ta část, která leží před nárysnou, protože jenom ta skutečně vzniká. Stejně se rýsuje z vrženého stínu na nárysnu jen část, která leží nad půdorysnou. Protože se, jak známo, vržené stíny jednotlivých hran na půdorysnu a nárysnu protínají na základnici, stačí, stanovíme-li jen vržený stín V" bodu V na nárysnu. Ten pak spojíme s průsečíky úseček V'A', V'C' s osou x; tím je vržený stín jehlanu vyřešen.

Z obrysu vrženého stínu dále zjistíme, že mez vlastního stínu je určena body VCDA. Mezí vlastního stínu na plášti jsou pobočné hrany VA, VC.

Zbývá ještě vyřešit osvětlení přímky: Protože přímka je blíže světelnému zdroji než jehlan, je část jejího stínu (stín úsečky KL) zachycena na osvětlených stěnách jehlanu. Světelná rovina jdoucí přímkou a protíná půdorysnu v průsečnici a' (půdorysná stopa světelné roviny), která je vrženým stínem přímky a na půdorysnu. Vržený stín přímky a na jehlan je částí průsečného mnohoúhelníka, v němž je jehlan protat její světelnou rovinou (aa´). Jednotlivé vrcholy $K^+, 1^+, L^+$) můžeme určit pomocí zpětných paprsků, jdoucích průsečíky ($K´, 1´, L´$) vržených stínů pobočných hran s přímkou a´.



Obr.14.

Protože se jedná o rovinný průsek jehlanu, platí, jak známo, mezi půdorysem podstavy jehlanu a půdorysem vrženého stínu přímky na jehlan kolineární vztah. Středem kolineace je vrchol V_1, paprsky kolineace jsou půdorysy pobočných hran jehlanu a osou kolineace přímka a´.

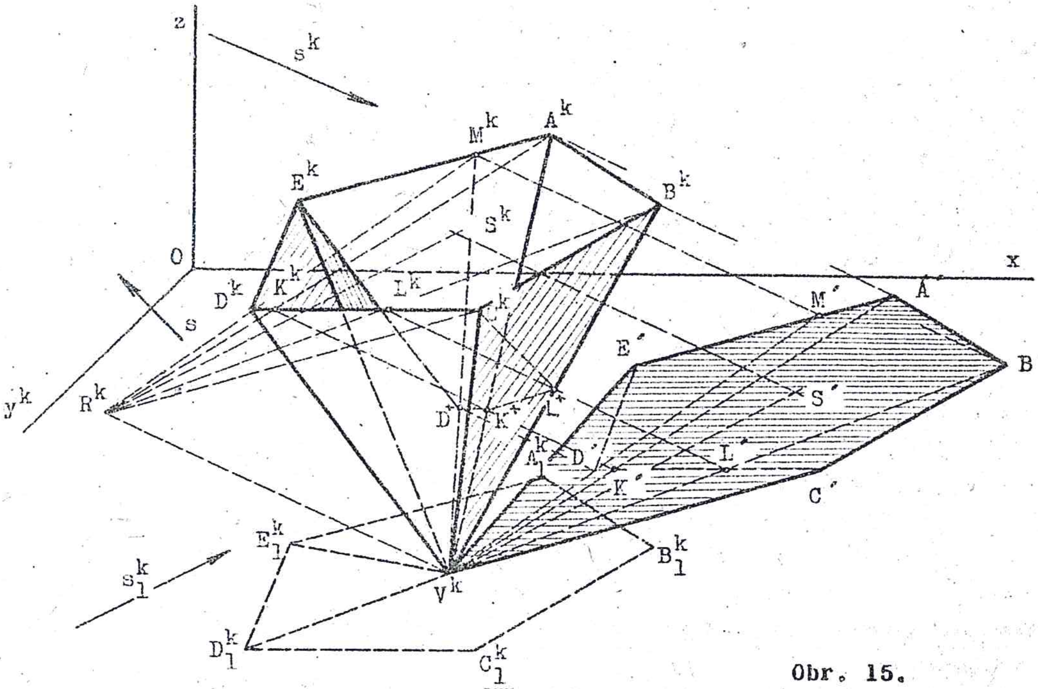
Jednotlivé konstrukce jsou naznačeny v obr. 14.

<u>Příklad 2.:</u>

<u>Osvětlení pláště pravidelného pětibokého jehlanu, jehož podstava je v rovině rovnoběžné s $\pi \equiv (xy)$ a jeho vrchol V je v rovině π.</u> V obr. 15 je úloha řešena.

v technickém kosoúhlém promítání.

Protože se jedná o osvětlení dutého jehlanu, je nutno vyřešit kromě jeho vlastního a vrženého stínu také jeho vržený stín do dutiny.



Obr. 15.

Mez vlastního stínu na vnějším povrchu pláště je určena vrcholy V,C,B,A,E. Můžeme ji stanovit pomocí obrysu vrženého stínu podobně jako v 1.příkladu.

Světelné roviny jdoucí jednotlivými pobočnými hranami jehlanu tvoří svazek rovin, jehož osou je světelný paprsek jdoucí vrcholem V. Světelné roviny, jejichž průsečnice s rovinou podstavy procházejí bodem R (průsečíkem světelného paprsku, jdoucího vrcholem jehlanu, s rovinou podstavy) a body E a C podstavy, jsou rovinami styčnými a tedy hrany EV a CV tvoří mez vlastního stínu na plášti.

Protože vnitřní povrchy pobočných stěn jehlanu mají obrácené osvětlení než povrchy vnější, jsou vnitřní povrchy stěny CVD a EVD ve vlastním stínu a vnitřní povrchy zbývajících stěn jsou osvětlené. Stěny CVD a EVD vrhají stín na vnitřní povrchy těchto osvětlených stěn, jehož obrys je tvořen vrženým stínem podstavných hran CD a DE.

Tento obrys je možno sestrojit jako části řezů jehlanu světelnými rovinami uvedených hran. Jinak je možno považovat jej za část průniku pláště jehlanu s pláštěm světelného hranolu, který je vytvořen světelnými paprsky, procházejícími body podstavného mnohoúhelníka.

Vrcholy tohoto obrysu jsou vržené stíny bodů K,L (body K^+,L^+) hrany CD na hrany AV,BV a vržený stín bodu D (bod D^+) na stěnu AEV, dále pak body E a C.

Bod L^+ můžeme určit pomocí zpětného paprsku jdoucího průsečíkem L' vrženého stínu $V'B'$ hrany VB s vrženým stínem $C'D'$ hrany CD. Podobně určíme i bod K^+. Vržený stín D^+ bodu D padne na površku VM, která leží s hranou VD v téže světelné rovině a je tedy $V'M' \equiv V'D'$. Bod D^+ stanovíme rovněž pomocí zpětného paprsku.

Vrcholy K^+, D^+, L^+ můžeme však také určit bez použití zpětných paprsků, totiž jako průsečíky světelných paprsků bodů K, L, D hran DC a ED s pláštěm jehlanu. Vrcholové roviny, které obsahují uvedené světelné paprsky, tvoří svazek rovin, jehož osou je světelný paprsek jdoucí vrcholem V. Průsečnice tohoto svazku rovin s rovinou podstavy tvoří svazek paprsků, jehož středem je již dříve jmenovaný bod R.

Světelná rovina jdoucí např. hranou VD protne stěnu AEV v površce MV, na níž leží bod D^+.

Chceme-li dále určit bod L, který vrhá stín na hranu BV, proložíme světelnou rovinu touto hranou a její průsečík s hranou DC je hledaný bod L, který vrhá stín do bodu L^+. Jednotlivé konstrukce jsou vyznačeny v obrázku.

2.3. Osvětlení hranolu

Při osvětlování hranolu je postup obdobný jako při osvětlování jehlanu. Světelné roviny proložené jednotlivými pobočnými hranami hranolu tvoří osnovu navzájem rovnoběžných rovin. Stejně jako u jehlanu jsou dvě s těchto světelných rovin rovinami styčnými a pobočné hrany, které v těchto rovinách leží, určují mez vlastního stínu na plášti hranolu.

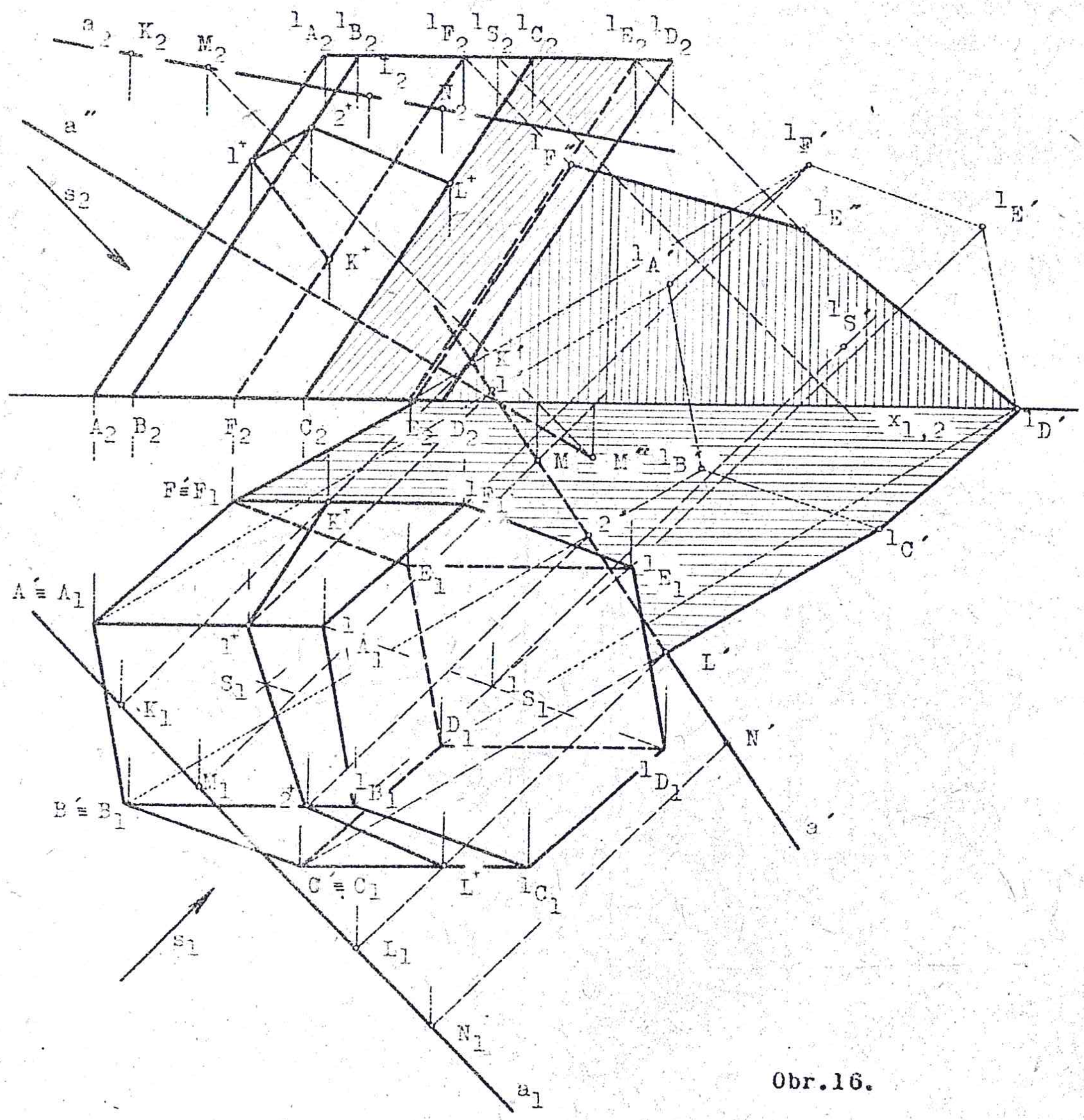
Příklad:

Technické osvětlení kosého šestibokého hranolu s pravidelnou podstavou v půdorysně a přímky a. V obr. 16 je úloha řešena v Mongeově promítání.

Nejprve stanovíme mez vrženého a vlastního stínu hranolu. Na chvíli můžeme považovat hranol za drátěný model. Stanovíme vržené stíny všech vrcholů hranolu na půdorysnu. Poněvadž dolní podstava v půdorysně leží, splývá její vržený stín s jejím půdorysem ($A_1 \equiv A'$, $B_1 \equiv B'$,...). Horní podstava je s půdorysnou rovnoběžná, je tedy jejím vrženým stínem shodný šestiúhelník. Obrysem vrženého stínu je mnohoúhelník $C'\,{}^1C'\,{}^1D'\,{}^1E'\,{}^1F'F'A'B'$. (Přímky $C'\,{}^1C'$ a $F'\,{}^1F'$ jsou půdorysné stopy styčných světelných rovin, jdoucích pobočnými hranami $C\,{}^1C$ a $F\,{}^1F$ hranolu. Jmenované hrany proto tvoří mez vlastního stínu na plášti hranolu.)

Z obrysu vrženého stínu stanovíme pomocí zpětných světelných paprsků mez stínu vlastního. Osvětlené jsou stěny $F\,{}^1F\,{}^1A\,A$, $A\,{}^1A\,{}^1B\,B$, $B\,{}^1B\,{}^1C\,C$ a horní podstava, ostatní stěny jsou ve vlastním stínu. Z obrázku je patrno, že část vrženého stínu hranolu by padla do záporné části půdorysny. Tento stín je tedy zachycen kladnou částí nárysny. K jeho sestrojení je nutno stanovit body ${}^1E''$, ${}^1F''$, tedy vržené stíny bodů ${}^1E$, ${}^1F$ na nárysnu.

Nyní ještě zbývá sestrojit osvětlení přímky a . Přímka je blíže světelnému zdroji než hranol, vrhá tedy, jak je patrno z obrázku, její část (úsečka KL) stín na osvětlené stěny hranolu, zbytek pak vrhá stín na průmětny.



Obr.16.

Světelná rovina (aa´) přímky a protíná hranol v mnohoúhelníku, jehož strany které jsou na osvětlených stěnách hranolu, jsou vrženým stínem úsečky KL na hranol. Jednotlivé vrcholy tohoto vrženého stínu byly, stejně jako při sestrojování vrženého stínu přímky na jehlan, stanoveny pomocí zpětných paprsků.

Poněvadž se jedná o rovinný průsek hranolu světelnou rovinou přímky, můžeme při sestrojování vrženého stínu přímky na hranol využít afinního vztahu mezi podstavou hranolu a vrženým stínem přímky na hranol (osou afinity je přímka a´, afinními přímkami jsou půdorysy pobočných hran hranolu).

Známým způsobem byly sestrojeny meze vlastního a vrženého stínu pro oba jehlany. Protože trojboký jehlan je blíže světelnému zdroji než jehlan šestiboký, je část jeho vrženého stínu zachycena na tomto jehlanu, zbytek je zachycen na rovině π .

Mez vlastního stínu na trojbokém jehlanu je určena vrcholy L,M,V.

Protože obrys vrženého stínu je vrženým stínem meze vlastního stínu, bude obrys vrženého stínu na druhý jehlan tvořen částmi průseků světelných rovin proložených stranami L M, M V, V L meze vlastního stínu. (Jde tedy o vržený stín trojúhelníka na jehlan, což je podobná úloha jako úloha předchozí.) Jednotlivé vrcholy obrysu jsou sestrojeny pomocí zpětných paprsků.

Obrys tohoto vrženého stínu je možno považovat též za část průniku šestibokého jehlanu se světelným hranolem, který je vytvořen styčnými rovinami trojbokého jehlanu.

2.5. Osvětlení křivých ploch

Při osvětlování křivých ploch je postup obdobný jako při osvětlování mnohostěnů. Světelné paprsky mohou mít vzhledem ke křivé ploše tyto polohy:

a) protínají plochu,

b) jsou tečnami plochy,

c) nemají s plochou žádný společný bod.

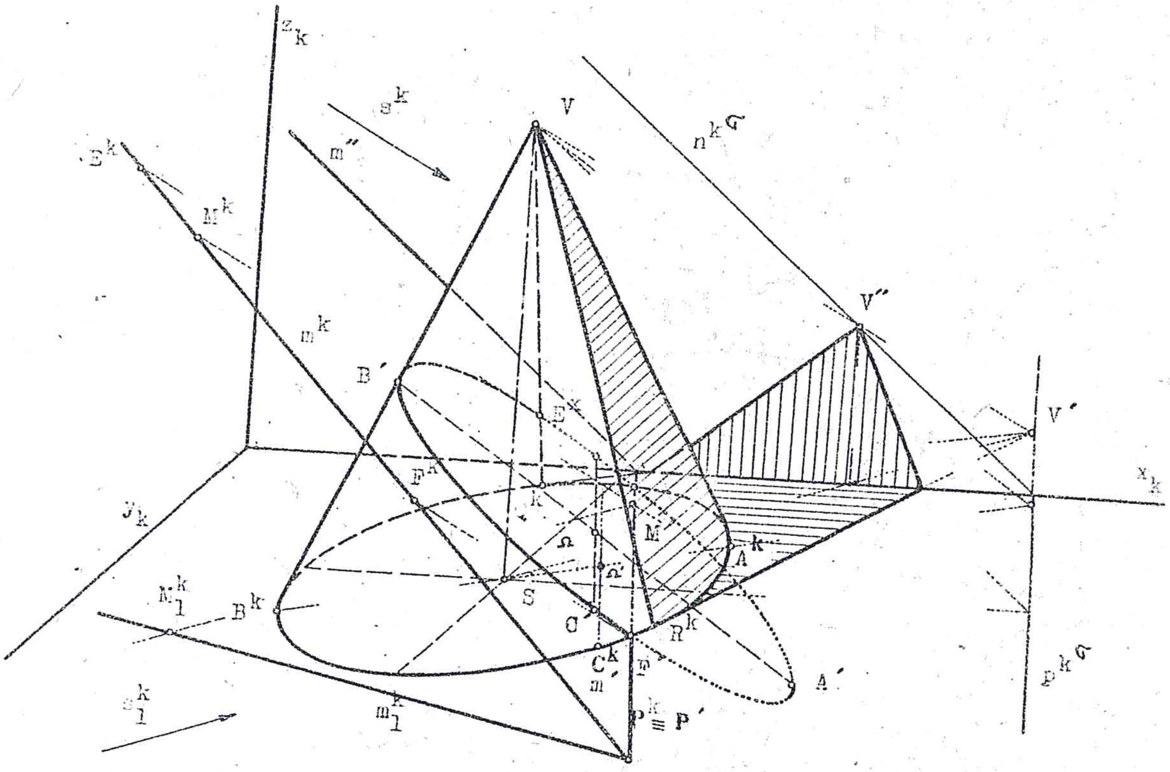
Množina všech světelných paprsků, které jsou tečnami plochy, je světelná válcová plocha. Dotykové body jejích povrchových přímek - světelných paprsků, které jsou tečnami osvětlované plochy - vyplňují křivku, která je její řídící křivkou. Tato řídící křivka je mezí vlastního stínu osvětlované plochy. Tečné roviny křivé plochy, procházející jednotlivými body řídící křivky světelné válcové plochy, jsou zřejmě světelnými rovinami. Řez světelné válcové plochy s rovinou vržených stínů je obrysem vrženého stínu křivé plochy na tuto rovinu.

Protože tento řez (obrys vrženého stínu) je obdobně jako u mnohostěnu vrženým stínem řídící křivky (meze vlastního stínu) světelné válcové plochy, platí stejně jako pro mnohostěny, že obrys vrženého stínu křivé plochy je vrženým stínem meze jejího vlastního stínu.

2.6. Osvětlení kuželové plochy

V obr. 19 je v kosoúhlém promítání zobrazeno osvětlení rotačního kužele a přímky m .

Protože podstava kužele je v rovině (xy), její vržený stín na tuto rovinu s ní splývá. Obrys vrženého stínu pláště je tvořen stopami světelných rovin, které jsou tečnými rovinami kuželové plochy. Půdorysné stopy těchto tečných světelných rovin procházejí půdorysným stopníkem V' světelného paprsku jdoucího vrcholem V kužele a jsou tečnami řídící kružnice kuželové plochy. Jsou to vržené stíny povrchových přímek VR a VQ , podél kterých se světelné roviny dotýkají kuželové plochy a které tedy tvoří spolu s částí řídící kružnice mez vlastního stínu kužele. Část vrženého stínu, která je zachycena rovinou (xz), je ohraničena nárysnými stopami tečných světelných rovin. Jejich průsečík V" je vrženým stínem vrcholu V na rovinu (xz).



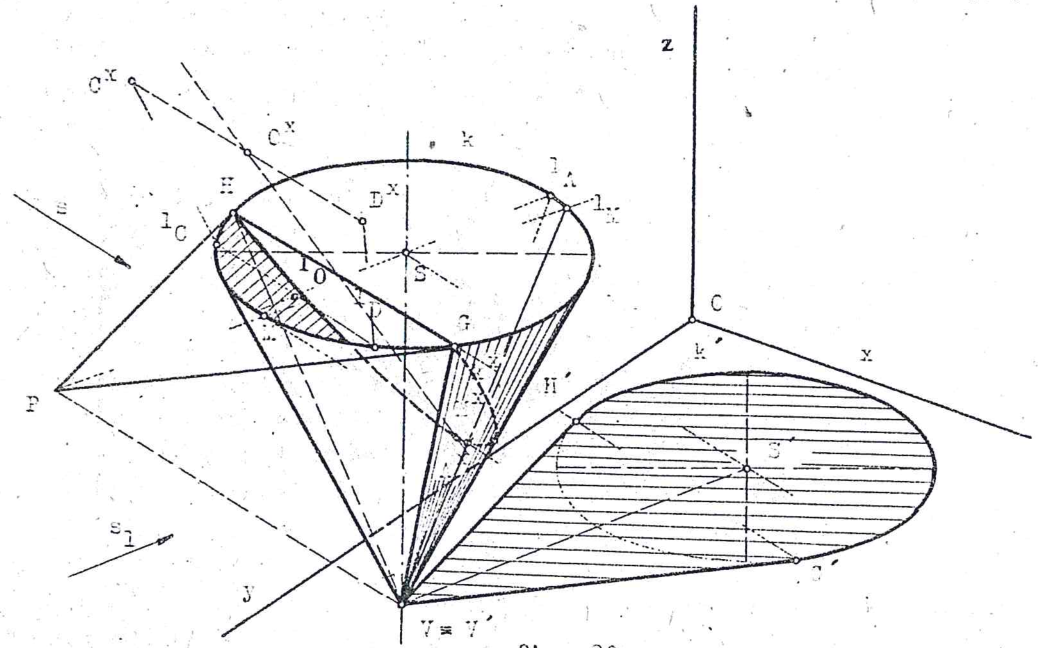
Obr. 19.

Jak již bylo uvedeno, je v obr. 19 určen také vržený stín přímky m. Část jejího vrženého stínu (stín úsečky EF) je zachycena na osvětlené části kuželové plochy. Světelná rovina jdoucí přímkou m protíná rovinu (xy) v půdorysné stopě m' a rovinu (xz) v nárysné stopě m". Přímka m' je vrženým stínem přímky m na půdorysnu a přímka m" vrženým stínem přímky m na nárysnu. Vržený stín přímky m na kuželovou plochu je částí průsečné kuželosečky, ve které protíná kuželovou plochu uvažovaná světelná rovina. V našem případě je vrženým stínem část elipsy. K jejímu určení bylo využito středové kolineace, která platí mezi rovinou řídící kružnice kuželové plochy a světelnou rovinou přímky m. Jednotlivé konstrukce jsou zřejmé z obrázku.

V obr. 20 je zobrazeno <u>osvětlení dutého kužele</u> s vrcholem v rovině (xy) a řídící křivkou v rovině rovnoběžné s rovinou (xy).

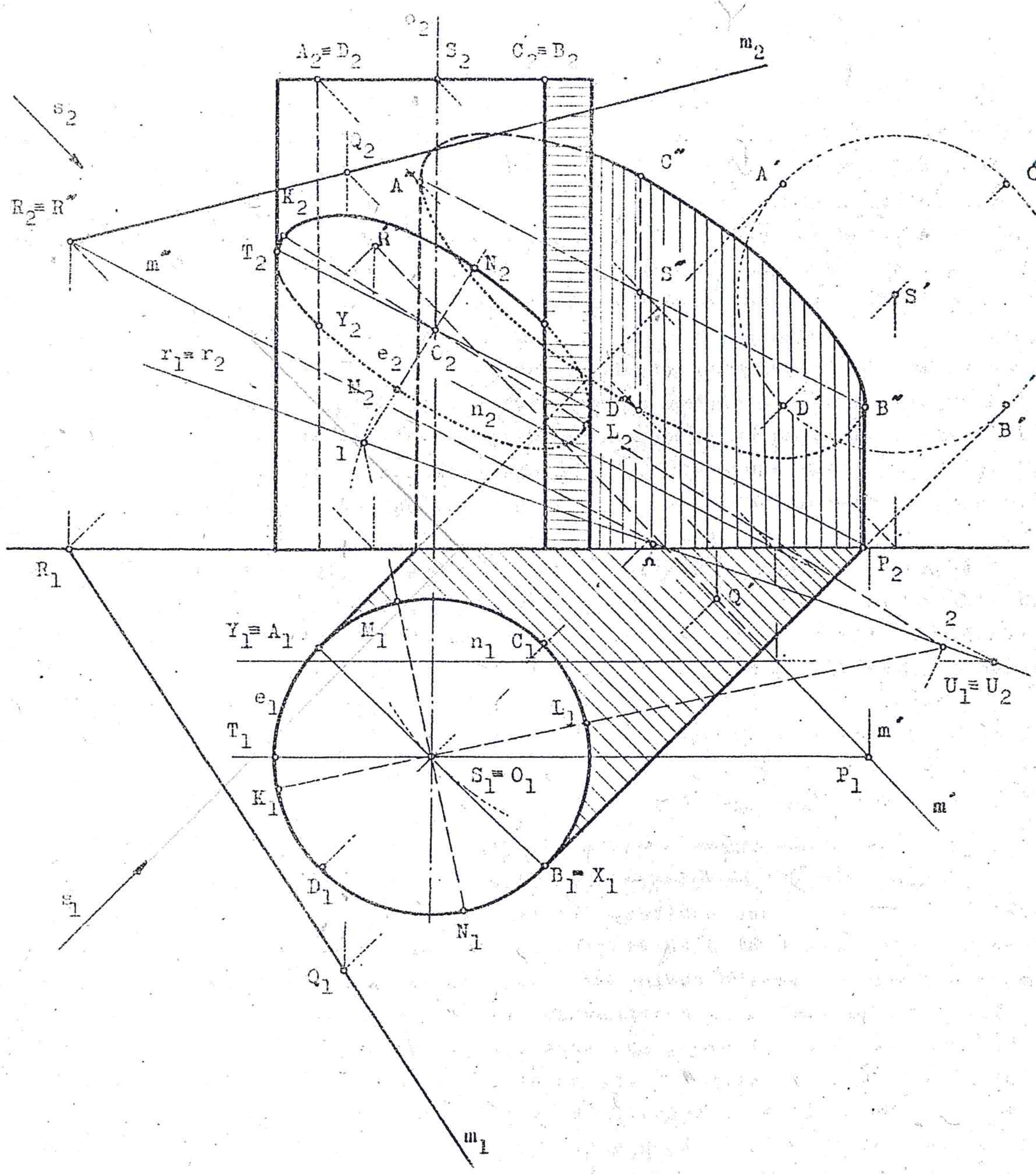
Obrys vrženého stínu kužele na rovinu (xy) je tvořen vrženým stínem k´ části řídící křivky k a půdorysnými stopami tečných světelných rovin. Tyto tečné roviny obsahují přímku VP, rovnoběžnou se světelným paprskem s a protínají rovinu řídící křivky v průsečnicích PG, PH, tečnách řídící křivky. Povrchové přímky VG a VH jsou částí meze vlastního stínu. Její zbývající část je tvořena obloukem G^1MH řídící křivky.

Oblouk GMH řídící křivky patří k té části kuželové plochy, která je na vnějším povrchu osvětlená. Vrhá stín na onu část kuželové plochy, která je osvětlena na vnitřním povrchu, a tvoří obrys vrženého stínu. Světelné paprsky, procházející



Obr. 20.

jednotlivými body řídící křivky k vyplňují světelnou válcovou plochu a uvažovaný obrys vrženého stínu dovnitř kužele je částí její průnikové křivky s kuželovou plochou. Protože jednou částí tohoto průniku je řídící křivka k, je (jak je známo z kapitoly pojednávající o průnicích ploch) druhá část k^x rovněž kuželosečka. Protože k^x leží na světelné válcové ploše, je to elipsa. Její jednotlivé body můžeme získat použitím pomocných světelných rovin. Světelná rovina $\varphi \equiv$ VPM protíná kuželovou plochu v povrchové přímce ^1MV, na níž leží vržený stín M^x bodu M. Je to průsečík světelného paprsku, jdoucího bodem M, s povrchovou přímkou ^1MV. K určení křivky k^x můžeme však využít také středové kolineace nebo osové afinity. Protože křivky k, k^x leží na osvětlované kuželové ploše, platí mezi nimi středová kolineace, jejímž středem je vrchol V kuželové plochy, osou je přímka GH a $^1M, M^x$ je dvojice odpovídajících si bodů. Křivky k, k^x leží také na světelné válcové ploše a platí tedy mezi nimi osová afinita, jejíž osou je opět přímka GH, směrem je přímka s a M, M^x je dvojice odpovídajících si bodů.



o_2
$A_2 \equiv D_2$
S_2
$C_2 \equiv B_2$
m_2
s_2
Q_2
C''
A'
C'
$R_2 \equiv R''$
K_2
A''
T_2
R'
N_2
m''
S''
S'
Y_2
C_2
e_2
$r_1 \equiv r_2$
M_2
D''
D'
B''
n_2
L_2
B'
1
R_1
P_2
Q'
2
$Y_1 \equiv A_1$
M_1
n_1
C_1
$U_1 \equiv U_2$
e_1
L_1
T_1
m'
$S_1 \equiv O_1$
P_1
K_1
m'
s_1
D_1
$B_1 \equiv X_1$
N_1
Q_1
m_1

Obr. 21.

2.7. Osvětlení válcové plochy

Není-li směr světelných paprsků rovnoběžný s povrchovými přímkami válcové plochy, je obrys vrženého stínu válcové plochy na rovině vržených stínů tvořen průsečnicemi světelných rovin, které jsou tečnými rovinami válcové plochy. Jsou to vržené stíny povrchových přímek, podél kterých se světelné roviny dotýkají válcové plochy, a které tedy tvoří mez vlastního stínu válcové plochy. Tyto tečné roviny jsou navzájem rovnoběžné. Z uvedeného je zřejmé, že polovina válcové plochy je osvětlená a druhá polovina je ve vlastním stínu.

V obr. 21. je v Mongeově promítání zobrazeno osvětlení rotačního válce a přímky. Válec má jednu podstavu v půdorysně a druhou podstavu v rovině rovnoběžné s půdorysnou. Obrys vrženého stínu na půdorysnu je tvořen částmi vržených stínů obou podstavných hran a částmi půdorysných stop tečných světelných rovin. Protože část vrženého stínu na půdorysnu vychází do její záporné poloroviny, je tato část stínu zachycena nárysnou. Je tvořena částmi nárysných stop tečných světelných rovin a eliptickým obloukem, který vrhá na nárysnu část podstavné hrany horní podstavy.

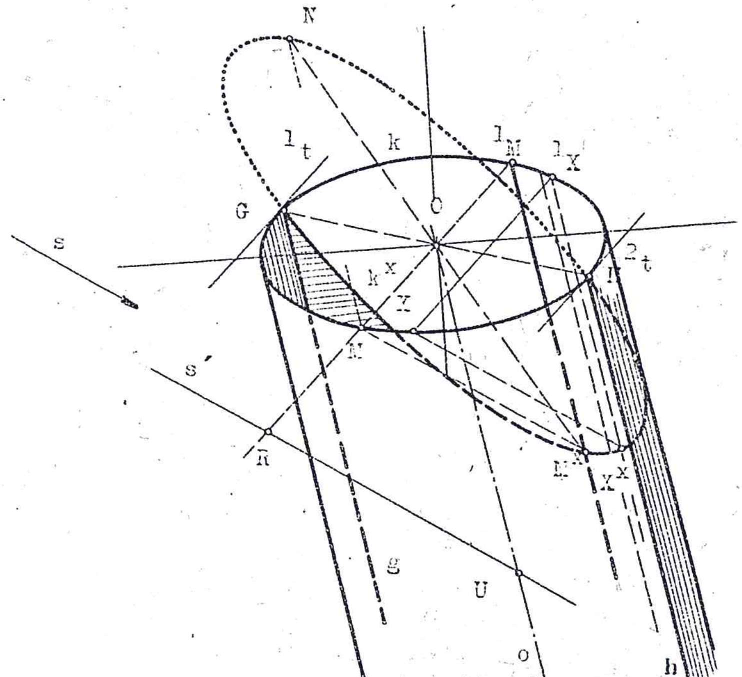
V obrázku je určen také stín přímky m. Část jejího vrženého stínu je zachycena půdorysnou a nárysnou, zbytek je zachycen na osvětlené části válcové plochy. Je to oblouk elipsy, ve které protíná válcovou plochu světelná rovina přímky m. V našem případě je půdorysem průsečné elipsy kružnice e_1.

Vrcholy K_2, L_2, M_2, N_2 nárysu e_2 elipsy e byly určeny pomocí osové afinity, která, jak víme, platí mezi křivkami e_1 a e_2. Její osou je průsečnice r roviny elipsy s rovinou totožnosti, její směr je kolmý k ose x a dvojicí odpovídajících si bodů jsou body O_1, O_2.

V obr. 22 je znázorněno osvětlení dutého válce.

Středem o válcové plochy proložíme světelnou rovinu (os') a určíme její průsečnici OR s rovinou podstavy. Tečny ${}^1t, {}^2t$, vedené k podstavné hraně k rovnoběžně s přímkou OR a dotýkající se této křivky v bodech G, H, jsou průsečnice tečných světelných rovin s rovinou podstavy. Tečné světelné roviny se dotýkají válcové plochy podél povrchových přímek g, h, tvořících mez vlastního stínu. Podobně jako u kuželové plochy vrhá oblouk GMH podstavné hrany válcové plochy stín k^x na část plochy, která je osvětlená na vnitřním povrchu, přičemž křivka k^x tvoří obrys vrženého stínu dovnitř. Je částí průnikové křivky osvětlované válcové plochy se světelnou válcovou plochou, jejíž řídící křivkou je podstavná hrana k. Protože jednou částí tohoto průniku je kuželosečka k, je křivka k^x rovněž kuželosečka, a poněvadž leží na válcové ploše, je to elipsa. Její jednotlivé body můžeme určit jako průsečíky světelných paprsků, procházejících jednotlivými body podstavné hrany k, s osvětlovanou válcovou plochou. V obrázku je vyznačena konstrukce bodu X^x křivky k^x. Bodem X podstavné hrany jsme proložili světelnou rovinu, která protala válcovou plochu v povrchových přímkách procházejících body $X, {}^1X$. Světelný paprsek jdoucí bodem X protíná povrchovou přímku jdoucí bodem ^1X v bodě X^x, který je bodem křivky k^x. Podobně byl sestrojen bod M^x.

Elipsu k^x můžeme určit také pomocí afinity, která platí mezi křivkami k a k^x, neboť obě leží jak na osvětlované válcové ploše, tak také na světelné válcové ploše. Uvažujeme-li, že obě elipsy leží na osvětlované válcové ploše, je



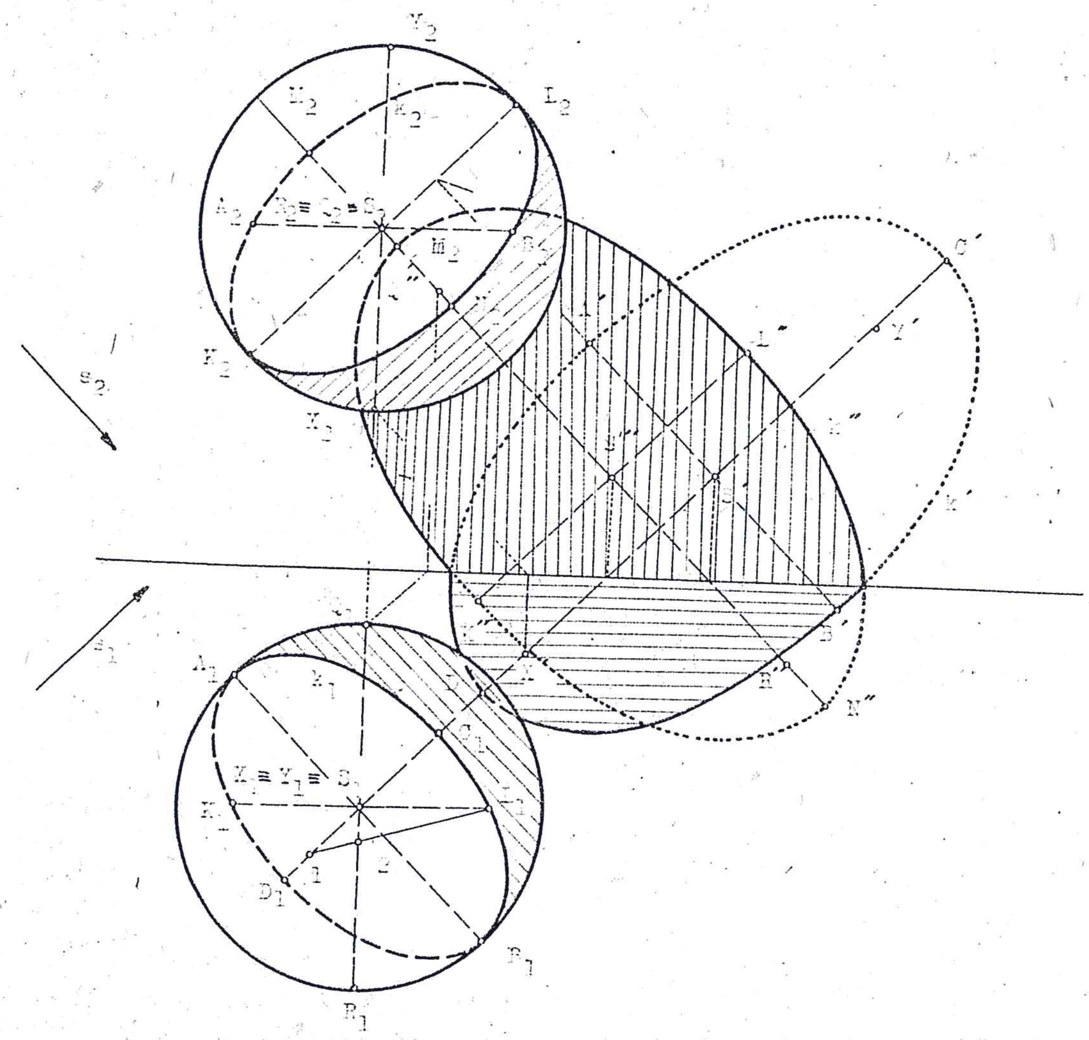
Obr. 22.

afinita určena osou GH, směrem o a dvojicí $^1M, M^x$ odpovídajících si bodů. Sdruženým průměrům GH, M^1M podstavné hrany odpovídají sdružené průměry GH, M^xN křivky k^x.

2.8. Osvětlení kulové plochy

V obr. 23 je zobrazeno osvětlení kulové plochy v Mongeově promítání. Světelné paprsky, které se dotýkají kulové plochy, vyplňují světelnou rotační válcovou plochu, jejíž osa prochází středem kulové plochy a je rovnoběžná se směrem osvětlení s. Tato válcová plocha se dotýká kulové plochy podél hlavní kružnice k, jejíž rovina je kolmá na světelný paprsek. Kružnice k je mezí vlastního stínu kulové plochy.

Obrysem vrženého stínu na půdorysnu (nárysnu) je část elipsy $k'(k'')$, která je řezem světelné válcové plochy půdorysnou (nárysnou). Je to vržený stín kružnice k na příslušnou rovinu. Ohniska $X', Y'(Q'', R'')$ elipsy $k'(k'')$ jsou podle Quetellet-Dandelinovy věty ve vržených stínech koncových bodů $X, Y(R, Q)$ průměru kulové plochy, kolmého na půdorysnu (nárysnu). Její vedlejší vrcholy jsou vrženými stíny koncových bodů průměru kružnice k rovnoběžného s příslušnou rovinou vržených stínů. Elipsa k' je tedy např. určena ohnisky X', Y' a vedlejším vrcholem A', elipsa k'' je určena ohnisky Q'', R'' a vedlejším vrcholem K''.



Obr. 23.

V obr. 24 je v Mongeově promítání zobrazeno <u>osvětlení duté polokoule</u>, omezené rovníkem. Světelný paprsek je rovnoběžný s nárysnou.

Víme, že mez vlastního stínu kulové plochy je hlavní kružnice, ležící v rovině kolmé na světelný paprsek. V našem případě, kdy světelný paprsek je rovnoběžný s nárysnou, je rovina ρ této kružnice k nárysně kolmá a nárysem půlkružnice ℓ, která je částí meze vlastního stínu, je úsečka C_2S_2. Zbývající část meze vlastního stínu je tvořena částí rovníku k.