

Zadání příkladů pro výstupy studentů v hodině.

---

1. • Matematickou indukcí dokažte, že pro každé sudé kladné číslo  $n$  platí rovnost

$$1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots + (n-1)^3 - n^3 = -\frac{1}{4}n^2(2n+3).$$

- Odvoďte vztah pro počet úhlopříček v konvexním  $n$ -úhelníku a dokažte jej.
- 

2. Dívky tipují, jak bude vypadat na školu právě nastupující učitel tělocviku.

- Věra: Snad bude vysoký a štíhlý nebo to bude blondák s brýlemi.
- Hanka: Bude černooký a štíhlý nebo bude vysoký černooký.
- Eva: Nebude nosit brýle. Navíc si myslím, že nebude černooký a zároveň blondák.

Učitel odpovídal tipu Věry a Evy, Hanka neuhodla. Jaký byl jeho vzhled?

---

3. Zákazník sděluje prodavačce své přání: „Chci kabát s kapucí. Přitom chci, aby měl pásek a zelenou barvu nebo to může být kabát s teplou vložkou a kapucí. V žádném případě to nesmí být kabát s teplou vložkou a bez pásku.“ Prodavačka upozorňuje zákazníka, že zelený kabát s kapucí, páskem a teplou vložkou nemají. Zákazník si nakonec koupil hnědý kabát s vložkou, s páskem a kapucí.

- a) Odpovídal tento kabát jeho původnímu přání?
  - b) Zapište všechny možnosti výběru kabátu v této prodejně, které odpovídají přání zákazníka.
-

4. V oboru reálných čísel řešte rovnici a proveďte diskusi vzhledem k reálnému parametru  $a$

$$144^{|x|} - 2 \cdot 12^{|x|} + a = 0.$$

---

5. V oboru reálných čísel řešte rovnici  $81^{\sin^2 x} = 30 - 9 \cdot 3^{2 \cos 2x}$ , pro  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .
- 

6. • V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\log_2 x + \log_2 \log_2 x = 1.$$

- V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0.$$

---

7. • V oboru reálných čísel řešte nerovnici

$$\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} > 1.$$

- V oboru reálných čísel řešte nerovnici

$$\frac{\log(8-x)}{\log(x-2)} \leq 2.$$

---

8. V oboru komplexních čísel řešte rovnici  $x^2 + 3x + 10i = 0$  (algebraické i goniometrické řešení).
-

9. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , jsou-li dány tři nekolineární body (body, které neleží v jedné přímce): průsečík výšek  $V$ , pata výšky  $P_a$  na stranu  $BC$  a střed  $S_b$  strany  $CA$ .

---

10. Sestrojte trojúhelník  $ABC$  pokud je zadáno:  $a$ ,  $b$ ,  $u_c$ . Konstrukci proveďte pro vhodně zvolené hodnoty.

---

11. Kolika způsoby můžeme posadit do řady tři prvky, tři druháky a tři třetíáky tak, aby žádní tři studenti stejného ročníku neseseděli vedle sebe?

---

- 12.
- Čísla  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  mají tu vlastnost, že první tři tvoří geometrickou posloupnost a poslední čtyři posloupnost aritmetickou. Určete tato čísla, jestliže platí  $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4$  a zároveň  $a_2 \cdot a_5 = -8$ .
  - Určete nejmenší počet přirozených čísel, který lze vložit mezi čísla 1 a 4096 tak, aby získané členy tvořily geometrickou posloupnost, přičemž jedním ze členů je číslo  $128\sqrt{2}$ .
- 

13. Jsou dány vektory  $\overrightarrow{AB} = (t, 1)$  a  $\overrightarrow{AC} = (2, t)$ , kde  $t$  je reálný parametr. Určete parametr  $t$  tak, aby trojúhelník  $ABC$  měl obsah  $S = 2$  (alespoň dvěma způsoby).

---

14. Je dána krychle  $ABCDEFGH$  s hranou délky  $a$ . Nechť  $M$  je střed hrany  $AE$ ,  $N$  střed hrany  $CG$  a  $P$  střed hrany  $AB$ . Sestrojte řez krychle  $ABCDEFGH$  rovinou  $MNP$  a vypočtěte objem a povrch jehlanu, jehož podstavou je tento řez a hlavním vrcholem je  $F$ .

---

15. Vypočítejte odchylku přímek  $p$ ,  $p'$  (ve stupních), které jsou osově souměrné podle přímky  $o: x+2y-10=0$ . Přímka  $p$  obsahuje bod  $A$ , přímka  $p'$  bod  $B$ , kde  $A = [0; 0]$ ,  $B [4; 5]$ .
- 

16. Pan Burian si založil rentový účet s úrokovou mírou 2% p. a. a bude spořit 2 200 Kč měsíčně po dobu 20 let. Po dobu 10 let pak bude pobírat měsíční rentu. Úrokovací období banky je jeden měsíc. Daň z úroků je 15%.
- Kolik korun pan Burian celkem naspoří?
  - Jaká je výše měsíční renty?
  - Kolik korun bude panu Burianovi celkem vyplaceno?