

ZÁKLADY MATEMATIKY 2

2. SÉRIE: SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC, METODY ŘEŠENÍ

Přípravní úlohy. V této sérii se předpokládá, že už umíte určit všechna řešení jednoduchých soustav lineárních rovnic. Otestujte se v následujících 4 úlohách 01 – 04:

01. Určete souřadnice všech bodů $P[x, y]$ společných 2 přímkám p_1, p_2 v rovině:

- a) $p_1: 2x + 2y = -1, p_2: 3x - 2y = 11;$ b) $p_1: x - 3y = 1, p_2: 2x + y = 9;$
c) $p_1: x + 3y = 2, p_2: 2x + 6y = 4;$ d) $p_1: x - 3y = 2, p_2: 2x - 6y = 14;$
e) $p_1: \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1; p_2: y = 1 + 2x.$

02. Určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic (proved'te zkoušku dosazením):

- a) $\begin{matrix} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 = 11 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} 3x_1 - 6x_2 = 9 \\ x_1 - 2x_2 = 3 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} 2x_1 + 3x_2 = 0 \\ 3x_1 - x_2 = 0 \end{matrix}$

03. Předpokládejme, že máme 3 závaží, jedno z nich o hmotnosti 2 kg, hmotnosti h_1, h_2 dalších dvou nejsou známy. K dispozici je tyč délky 1 m, na kterou lze zavěsit závaží; 2 experimenty jsme zjistili, že zavěšená závaží budou v rovnováze, jestliže na tyči zavěsíme

– na levou stranu závaží o hmotnosti h_1 do vzdálenosti 40 cm spolu se závažím o hmotnosti h_2 ve vzdálenosti 15 cm od bodu A , ve kterém je podpěra, na pravou stranu pak 2 kg do vzdálenosti 50 cm;

– na levou stranu závaží o hmotnosti h_2 do vzdálenosti 25 cm, od bodu podpěry B na pravou stranu 2 kg do vzdálenosti 25 cm spolu se závažím o hmotnosti h_1 do vzdálenosti 50 cm od bodu závěsu.

Určete hmotnosti h_1, h_2 .

04. V krabici je spolu 13 mincí 2, 5 a 10-korunových; jejich hodnota se v součtu rovná 53 korunám. Určete, kolik mincí jednotlivých druhů je v krabici; kolik je všech řešení této úlohy? (Počty mincí jsou celá nezáporná čísla.)

1. Gaussova eliminační metoda (GEM). Pomocí GEM určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic (proved'te zkoušku dosazením):

- a) $\begin{matrix} x_1 + x_2 = 0 \\ x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = 2 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} 2x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = -4 \end{matrix}$

2. Gaussova eliminační metoda (GEM). Pomocí GEM určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic (proved'te zkoušku dosazením):

- a) $\begin{matrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 2 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} 40x_1 + 20x_2 + 30x_3 = 40 \\ 20x_1 + 10x_2 + 20x_3 = 20 \\ 40x_1 + 10x_2 + 10x_3 = 40 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} x_1 + x_2 - 3x_3 = -2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1 \end{matrix}$

$$\begin{array}{ll}
2x_1+3x_2+2x_3 = 3 & 2x_1+3x_2+4x_3 = -1 \\
\text{d) } 4x_1+3x_2+5x_3 = 4 & \text{e) } x_1+3x_2+2x_3 = 1 \\
2x_1 + 3x_3 = 2 & 3x_1+2x_2+2x_3 = 4
\end{array}$$

3. Gaussova eliminační metoda (GEM). Pomocí GEM určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic (provedte zkoušku dosazením):

$$\begin{array}{lll}
3x_1+5x_2+6x_3 = 1 & -4x_1+2x_2+5x_3 = 4 & x_1-2x_2+2x_3 = -9 \\
\text{a) } 4x_1+3x_2+2x_3 = 5 & \text{b) } 3x_1+6x_2+3x_3 = 0 & \text{c) } 3x_1+5x_2+4x_3 = 10 \\
3x_1+5x_2+x_3 = 1 & 3x_1-2x_2+3x_3 = 0 & 5x_1+12x_2+6x_3 = 29
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
x_1-2x_2 = -3 & x_1+2x_2+3x_3 = 0 & -x_1+x_3+x_4 = 3 \\
\text{d) } 2x_1-x_2 = 0 & \text{e) } 4x_1+7x_2+5x_3 = 0 & \text{f) } -x_2+x_4 = 3 \\
4x_1-5x_2 = -6 & x_1+6x_2+10x_3 = 0 & -x_1 = 1 \\
& x_1+x_2-4x_3 = 0 & -x_1+2x_2+4x_3+x_4 = 4
\end{array}$$

4. Gaussova eliminační metoda (GEM). Pomocí GEM určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic (provedte zkoušku dosazením):

$$\begin{array}{lll}
3x_1-2x_2+5x_3-6x_4 = 0 & 7x_1+2x_2+2x_3 = 5 & -2x_1+x_2 = -1 \\
\text{a) } 7x_1+x_2-3x_3-4x_4 = 1 & \text{b) } 3x_1+6x_2+4x_3 = -2 & \text{c) } x_1+2x_2 = 8 \\
6x_1+5x_2-13x_3+3x_4 = 1 & 5x_1+2x_2+4x_3 = 2 & -6x_1+3x_2 = 3 \\
2x_1-13x_2+40x_3-16x_4 = 13 & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
5x_1+12x_2+9x_3+25x_4 = 15 & x_1-2x_2+x_3 = 0 & x+y = a \\
\text{d) } 15x_1+34x_2+25x_3+64x_4 = 40 & \text{e) } 3x_1-5x_2-2x_3 = -3 & \text{f) } y+z = b \\
20x_1+46x_2+34x_3+89x_4 = 70 & 7x_1-3x_2+x_3 = 16 & z+x = c \\
10x_1+23x_2+17x_3+44x_4 = 25 & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
x_1+x_2+x_3-x_4 = 12 & x+y+z = 10 & x_1+3x_2-6x_3-6x_4 = 7 \\
\text{g) } x_1+x_2-x_3+x_4 = 13 & y+z+u = 20 & 2x_1+x_2-4x_3-2x_4 = 15 \\
x_1-x_2+x_3+x_4 = 5 & \text{h) } z+u+x = 40 & \text{i) } 4x_1-x_2-5x_3+5x_4 = 30 \\
-x_1+x_2+x_3+x_4 = 8 & u+x+y = 80 & 5x_1+10x_2-20x_3-22x_4 = 38
\end{array}$$

5. Řešení soustavy lineárních rovnic pomocí Cramerova pravidla (pomocí determinantů). Pomocí Cramerova pravidla určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic (neznámé x_i a koeficienty matice soustavy jsou zapsány tabulkou):

$\text{a) } \begin{array}{ccc c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 3 & 2 & -1 & 8 \\ -1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & -4 \end{array}$	$\text{b) } \begin{array}{ccc c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 12 \end{array}$	$\text{c) } \begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 3 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 0 \end{array}$
$\text{d) } \begin{array}{ccc c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 3 & -2 & 1 & 11 \\ -1 & 1 & -3 & 7 \\ 9 & -7 & 11 & 11 \end{array}$	$\text{e) } \begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 1 & 2 & -1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 8 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 & 4 \end{array}$	$\text{f) } \begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 2 & -3 & 6 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & -1 & -2 \\ 9 & -1 & 15 & -5 & 1 \end{array}$

6. Řešení soustavy lineárních rovnic pomocí Cramerova pravidla (pomocí determinantů). Pomocí Cramerova pravidla určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic: 2 a, b, c, d; 3 a, b, f. Proveďte zkoušku správnosti dosazením.

7. Homogenní soustavy lineárních rovnic. Vhodnou metodou (GEM nebo pomocí Cramerova pravidla) určete všechna řešení homogenní soustavy lineárních rovnic (neznámé x_i a koeficienty matice soustavy jsou zapsány tabulkou):

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 3 & 5 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \end{array} \quad \text{b) } \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 5 & 3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 \end{array} \quad \text{c) } \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & -4 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & -5 & 0 \end{array} \quad \text{d) } \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{e) } \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \end{array} \quad \text{f) } \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{array} \quad \text{g) } \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{array} \quad \text{h) } \begin{array}{cc|c} x_1 & x_2 & \\ \hline 11 & 17 & 0 \\ 37 & -53 & 0 \\ -29 & 61 & 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{i) } \begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 4 & -1 & 2 & 6 & 0 \\ 5 & 10 & -1 & -2 & 0 \\ 7 & 3 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 0 \end{array} \quad \text{j) } \begin{array}{cccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \end{array}$$

8. Homogenní soustavy lineárních rovnic. Vhodnou metodou (GEM nebo pomocí Cramerova pravidla) určete všechna řešení homogenní soustavy lineárních rovnic (provedte zkoušku správnosti dosazením):

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{array}{l} 2x_1+3x_2=0 \\ 4x_1+6x_2=0 \end{array} & \text{b) } \begin{array}{l} 3x_1+4x_2-7x_3=0 \\ 5x_1+2x_2-6x_3=0 \end{array} & \text{c) } \begin{array}{l} 5x_1+2x_2-18x_3=0 \\ 2x_1+x_2-8x_3=0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{d) } \begin{array}{l} 4x_1-6x_2+5x_3=0 \\ 6x_1-9x_2+10x_3=0 \end{array} & \text{e) } \begin{array}{l} x_1+2x_2-3x_3+x_4=0 \\ -x_1+x_2-x_3+x_4=0 \\ 2x_1+3x_2+4x_3-x_4=0 \\ -2x_1+x_2+x_3-3x_4=0 \end{array} & \text{f) } \begin{array}{l} x_1+4x_2-3x_3=0 \\ x_1-3x_2-x_3=0 \\ 2x_1+x_2-4x_3=0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{g) } \begin{array}{l} x_1-3x_2-26x_3+22x_4=0 \\ x_1-8x_3+7x_4=0 \\ x_1+x_2-2x_3+2x_4=0 \\ 4x_1+5x_2-2x_3+3x_4=0 \end{array} & \text{h) } \begin{array}{l} 8x_1-5x_2-6x_3+3x_4=0 \\ 4x_1-x_2-3x_3+2x_4=0 \\ 12x_1-7x_2-9x_3+5x_4=0 \end{array} & \text{i) } \begin{array}{l} 2x_1+x_2-x_3=0 \\ -x_1-x_2=0 \\ -x_1+x_2=0 \\ x_1-x_3=0 \end{array} \end{array}$$

9. Soustavy lineárních rovnic. Soustavy řešte pomocí vhodné metody, proveďte zkoušku správnosti řešení (neznámé x_i a koeficienty matice soustavy jsou zapsány tabulkou):

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 3 & -2 & 5 & 0 \\ 1 & -7 & 11 & 0 \end{array} \quad \text{b) } \begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ \hline 2 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & -1 \\ 5 & -1 & 3 & 7 \end{array} \end{array}$$

		$\begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 1 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 12 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 6 & -1 \end{array}$		$\begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 11 & -3 & 7 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & 2 & 0 \\ 9 & -9 & 2 & 10 & 0 \\ -3 & 4 & 4 & -5 & 0 \end{array}$	
c)			d)		
		$\begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 3 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & 0 \end{array}$		$\begin{array}{ccc c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 0,4 & -0,3 & 0,1 & 2 \\ 0,2 & 0,1 & -0,3 & -0,4 \\ 0,3 & -0,4 & 0,2 & 2 \end{array}$	
e)			f)		
		$\begin{array}{ccccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 5 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 5 & 5 & 5 & 2 & 0 \end{array}$		$\begin{array}{ccc c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \end{array}$	
g)			h)		
		$\begin{array}{ccc c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 7 & 14 & -21 & 7 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 5 & 10 & 15 & 5 \\ 3 & 6 & -9 & 3 \end{array}$		$\begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & 4 & 2 & 6 \end{array}$	
i)			j)		
		$\begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 1 & 1 & 4 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 11 & 13 & 18 \\ 2 & 3 & 5 & -1 & 10 \\ -1 & 2 & -13 & -24 & -19 \end{array}$		$\begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{array}$	
k)			l)		
		$\begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & 3 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & -2 & 3 \end{array}$		$\begin{array}{cccc c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 3 & 4 & 2 & 5 & 3 \\ 7 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ -4 & 3 & -3 & 2 & -5 \\ 6 & 10 & 0 & 9 & 1 \end{array}$	
m)			n)		

10. Homogenní soustavy lineárních rovnic. Soustavy lineárních rovnic v úloze 2 řešte jako homogenní. Proved'te zkoušku správnosti.

11. Řešení soustavy lineárních rovnic. Soustavu řešte pomocí vhodné metody, proved'te zkoušku správnosti:

		$\begin{array}{l} x_1 - x_2 - 3x_4 = -1 \\ 15x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 0 \\ 7x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 20x_3 = 0 \end{array}$		$\begin{array}{l} 7x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 10x_4 = -5 \\ 7x_1 - x_2 + x_3 - 9x_4 = -7 \\ 2x_1 - 2x_3 - 4x_4 = -6 \\ 6x_1 - x_2 + 2x_3 - 7x_4 = -4 \end{array}$
a)		b)		

$$\begin{array}{ll}
\begin{array}{l}
3x_1+3x_2-4x_3+4x_4 = 0 \\
2x_1+ x_2-2x_3+ x_4 = 0 \\
x_1- x_2 \quad -2x_4 = 0 \\
6x_1+6x_2-8x_3+8x_4 = 0
\end{array}
&
\begin{array}{l}
x_1+ x_2+ x_3+x_4 = 1 \\
2x_1+2x_2+2x_3 = 0 \\
x_1+ x_2+5x_3-x_4+6x_5 = 1 \\
x_1+ x_2-3x_3+x_4-6x_5 = -1
\end{array} \\
c) & d) \\
\begin{array}{l}
27x_1-19x_2+22x_3-35x_4 = 6 \\
20x_1-13x_2+14x_3-13x_4 = -23 \\
8x_1- 2x_2+ 6x_3-10x_4 = 10 \\
9x_1- 4x_2+ 7x_3- 8x_4 = -3 \\
18x_1- 9x_2+12x_3-17x_4 = 3
\end{array}
&
\begin{array}{l}
x_1+2x_2+3x_3+4x_4+5x_5 = 1 \\
-2x_1+3x_2+4x_3+5x_4+6x_5 = 2 \\
-3x_1+4x_2+5x_3+6x_4+7x_5 = 3
\end{array} \\
e) & f)
\end{array}$$

12. Soustava lineárních rovnic - úloha z geometrie. Pomocí vhodné lineární soustavy určete nutnou a postačující podmínku, aby tři různé body $[x_i, y_i]$, $i = 1, 2, 3$, ležely na jedné přímce.

13. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování výroby. Určitá firma vyrábí 2 typy kytar A a B . Potřebné náklady na množství práce a materiálové náklady (v dolarech) na výrobu jedné kytary příslušného typu jsou uvedeny v tabulce:

typ kytary	A	B
náklady na práci	30	40
materiálové náklady	20	30

Na práci a materiálové náklady se může dohromady použít 3000 dolarů za týden, přičemž výrobce uvažuje o 3 možnostech rozdělení vkladu této sumy podle tabulky:

možnost rozdělení vkladu:	1.	2.	3.
- na práci	1800	1750	1720
- na materiál	1200	1250	1280

Vypočítejte, kolik kytar každého typu se může produkovat při plném využití zdrojů, a to pro každou z uvedených 3 variant výroby.

14. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování. V koncertní aréně je 10 000 míst, vstupenky se prodávají za 4 dolary (levnější) a 8 dolarů (dražší). Kolik levnějších a kolik dražších vstupenek se má prodat na 3 různé koncerty, jestliže pořadatel koncertů chce mít jako příjem přesně sumy uvedené v tabulce?

koncert	1.	2.	3.
počet prodaných vstupenek	10 000	10 000	10 000
požadovaný příjem z prodeje	56 000	60 000	68 000

15. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování. V nemocnici se musí připravit speciální dieta kombinováním čtyř základních potravin K , L , M , N tak, aby obsahovala právě 110 jednotek kalcia (Ca), 120 j. železa (Fe), 130 j. mědi (Cu) a 140 j. vitamínu A (vit. A). Počet jednotek těchto složek v jedné jednotce potravin K , L , M , N je v tabulce:

	K	L	M	N
Ca	10	20	30	40
Fe	20	30	40	10
Cu	30	40	10	20
vit. A	40	10	20	30

Kolik jednotek každé z potravin K , L , M , N se má použít na přesné sestavení diety?

16. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování výroby. Výrobce vyrábí tři druhy křesel A , B , C ; časová náročnost zpracování 1 křesla z uvedených 3 druhů ve třech dílnách je uvedena v tabulce. Maximální týdenní kapacity 3 dílen jsou 700 hodin (drevařská), 660 hod. (montážní) a 230 hod. (balicí). Kolik kusů jednotlivých druhů A , B , C se musí vyrobit, aby výroba plně využila kapacitu každé dílny?

	A	B	C
drevařská dílna	1 hod.	2 hod.	3 hod.
montážní dílna	1,2 hod.	1,8 hod.	2,4 hod.
balicí dílna	0,4 hod.	0,6 hod.	1 hod.

17. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování výroby. Malý výrobní podnik vyrábí tři druhy nafukovacích člunů: pro jednu, dvě nebo čtyři osoby. Každý z člunů vyžaduje zpracování ve třech odděleních výroby s časovou náročností, která je uvedena v tabulce. Přípravní, montážní a balicí oddělení mají maximální týdenní kapacitu 380, 330 a 120 pracovních hodin. Kolik kusů člunů každého z uvedených druhů se má vyrábět, aby podnik plně využíval kapacity jednotlivých oddělení?

	1 os.	2 os.	4 os.
přípravní odd.	0,5 hod.	1 hod.	1,5 hod.
montážní odd.	0,6 hod.	0,9 hod.	1,2 hod.
balicí odd.	0,2 hod.	0,3 hod.	0,5 hod.

18. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování výroby.

- Řešte úlohu 17, jestliže se předpokládá, že balicí oddělení nebude pracovat.
- Řešte úlohu 17, jestliže se předpokládá, že čluny pro 4 osoby se nebudou vyrábět.
- Řešte úlohu 17, jestliže přípravní, montážní a balicí oddělení mají maximální týdenní kapacitu 350, 330 a 115 pracovních hodin.
- Řešte úlohu 17 pro maximální týdenní kapacity oddělení jako v c), ale balicí oddělení nebude pracovat.
- Řešte úlohu 17 pro maximální týdenní kapacity oddělení jako v c) za předpokladu, že se nebude vyrábět člun pro 4 osoby.

19. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování výroby. Firma vyrábí 3 modely šatů $M1$, $M2$, $M3$. Každý z modelů vyžaduje práci 3 dílen: stříh, šití a balení. Odpovídající maximální týdenní kapacity uvedených dílen jsou 116, 156 a 48 hodin. Časová náročnost na vypracování 1 kusu každého z modelů $M1$, $M2$, $M3$ a kapacita dílen je uvedena v tabulce:

	model $M1$	model $M2$	model $M3$	kapacity oddělení
stříh	0,2 hod.	0,4 hod.	0,3 hod.	116 hod.
šití	0,3 hod.	0,5 hod.	0,4 hod.	156 hod.
balení	0,1 hod.	0,2 hod.	0,1 hod.	48 hod.

Kolik kusů každého z modelů $M1$, $M2$, $M3$ se má vyrábět v každém týdnu, jestliže se má plně využívat kapacita všech oddělení?

20. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování. V nemocnici potřebují připravit speciální dietu kombinováním 3 základních potravin K , L , M tak, aby obsahovala právě 200 jednotek kalcia (Ca), 80 j. železa (Fe) a 120 j. vitamínu A (vit. A). Počet jednotek těchto složek v jedné jednotce potravin K , L , M je v tabulce:

	K	L	M
Ca	30	10	20
Fe	10	10	20
vit. A	10	30	20

Kolik jednotek každé z potravin K , L , M se má použít na přesné sestavení předepsané diety?

21. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování výroby. Slévárna vyrábí tři různé bronzové odlitky A , B , C ve dvou odděleních: maximální týdenní kapacita slévárenského oddělení je 350 pracovních hodin, dokončovacího oddělení 150 hodin. Náročnost 1 odlitku na zpracování v odděleních je v tabulce:

	odlitek A	B	C	max. kapacita
slév. oddělení	30	10	10	350
dokonč. oddělení	10	10	30	150

Kolik kusů každého z odlitků A , B , C se má vyrobit, jestliže oddělení mají pracovat na plnou kapacitu?

22. Soustava lineárních rovnic - rozvrhování. Obchod nabízí čtyři druhy umělých hnojiv A , B , C , D . Tabulka uvádí jednotková množství fosforečnanů (P), dusičnanů (N) a draselných solí (K), která obsahují jednotlivá balení. Pole, která se mají osít, vyžadují vzhledem na jejich rozlohu a kvalitu použití přesně 900 dg fosforečnanů, 750 dg dusičnanů a 700 dg draselných solí.

solí	A	B	C	D
P	30 dg	30 dg	30 dg	60 dg
N	50 dg	75 dg	25 dg	25 dg
K	30 dg	20 dg	20 dg	50 dg

a) Kolik balení jednotlivých druhů hnojiv A , B , C , D se musí vzít do směsi, aby získané množství připraveného hnojiva přesně obsahovalo předepsané množství P , N a K ?

b) Hnojivo B není v nabídce obchodu. Jak se dá řešit předchozí úloha pouze pomocí umělých hnojiv typu A , C , D ?

23. Soustava lineárních rovnic. Zahrádka tvaru obdélníku délky a metrů a šířky b metrů je cestičkou rozdělena ve dva čtvercové záhony; kolem obou záhonů vede cestička stále stejně široká.

a) Jaká je šířka cestičky a jak velká je strana záhonu? Řešte a uveďte také podmínky existence řešení.

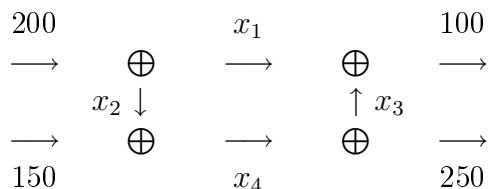
b) Řešte pro $a = 28$ m a $b = 15$ m.

24. Soustava lineárních rovnic. Nádržka se plní třemi kohoutky; jestliže se otevřou najednou všechny tři, nádržka se naplní za 24 minut; jestliže se otevře první a druhý kohoutek, naplní se za 36 minut; konečně jestliže se otevře první a třetí kohoutek, nádržka se naplní za 48 minut. Za jaký čas se nádržka naplní, jestliže se použije vždy jenom jeden z kohoutků?

25. Soustava lineárních rovnic. (Jiná) nádržka se plní (jinými) třemi kohoutky; prvním a druhým dohromady se naplní za 45 minut; prvním a třetím dohromady se naplní za 50 minut; druhým se naplní o 2 hodiny dříve než třetím kohoutkem. Za jakou dobu se nádržka naplní každým kohoutkem zvlášť? (Návod. Pro hledaný čas t_i , $i = 1, 2, 3$,

za který se nádržka naplní i -tým kohoutkem zvlášť, definujte odpovídající *vydatnost* x_i jednotlivého kohoutku: pro *vydatnost* i -teho kohoutku bude platit $x_i \cdot t_i = 1$ a při plnění více kohoutky současně se *vydatnosti těchto kohoutků sčítají*.)

26. *Soustava lineárních rovnic - frekvence silničního provozu.* Řešte úlohu o frekvenci silniční sítě dané diagramem (číselné údaje určují počet vozidel za minutu vstupujících, resp. vystupujících do některého ze 4 uzlů x_1, x_2, x_3, x_4 - křižovatek čtyř komunikací):

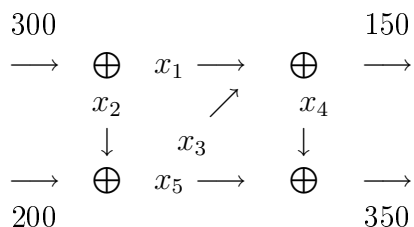


- Jaká maximální frekvence se může dosáhnout na komunikaci x_3 ?
- Jaké jsou frekvence na komunikacích x_1, x_2, x_4 , jestliže se na komunikaci x_3 reguluje frekvence na hodnotě 50 vozidel v minutě?

(Návod. Sformulujte podmínky propustnosti pro každý jednotlivý uzel.)

27. *Soustava lineárních rovnic - rozvod vody v soustavě.* Z dvou lokalit se přivádějí odpadní vody v množstvích $300 \text{ m}^3/\text{hod.}$ a $200 \text{ m}^3/\text{hod.}$ do rozvodů čističky odpadních vod, která následně zásobuje upravenou vodou dvě průmyslová centra výroby v množstvích $150 \text{ m}^3/\text{hod.}$ a $350 \text{ m}^3/\text{hod.}$ Řešte rozvod vody v čističce podle schematu a určete průtoky vod, jestliže

- $x_2 = 100$ a $x_4 = 50$;
- $x_1 = 200$ a $x_5 = 100$.



28. *Soustava lineárních rovnic.* Zlatník má tři různé slitiny zlata (Au), stříbra (Ag) a mědi (Cu). První slitina obsahuje 12 dg Au, 24 dg Ag a 36 dg Cu; druhá slitina obsahuje 15 dg Au, 20 dg Ag a 15 dg Cu, a třetí slitina obsahuje 24 dg Au, 16 dg Ag a 8 dg Cu.

a) Kolik dg každé slitiny je třeba použít na přípravu takové nové slitiny, která bude obsahovat 30 dg Au, 36 dg Ag a 34 dg Cu?

b) Je možné takovou slitinu připravit pouze z první a třetí slitiny? Z první a druhé slitiny?

29. *Soustava lineárních rovnic.* Jsou dány tři body P, Q, R . Určete koeficienty a, b, c paraboly 2. stupně $y = ax^2 + bx + c$ procházející těmito body (zakreslete):

- $P[1, 6], Q[-1, 8], R[2, 11]$;
- $P[1, 1], Q[2, 9], R[-2, 1]$;
- $P[-3, 0], Q[0, -3/4], R[-1, -1]$;
- $P[-h, y_1], Q[0, y_2], R[h, y_3]$.

30. *Soustava lineárních rovnic.* Jsou dány tři body P, Q, R . Určete koeficienty a, b, c paraboly 2. stupně $y = ax^2 + bx + c$ procházející těmito body (zakreslete):

- $P[-1, -4], Q[-2, 6], R[-3, 22]$;
- $P[1, -1], Q[-1, 9], R[2, -3]$.

31. *Soustava lineárních rovnic.* Jsou dány čtyři body $A[-2, 0], B[1, 6], C[-1, 6], D[3, 30]$. Určete koeficienty a, b, c, d paraboly 3. stupně $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ procházející

těmito body (zakreslete).

32. Soustava lineárních rovnic. Jsou dány čtyři body P, Q, R, S . Určete koeficienty a, b, c, d paraboly 3. stupně $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ procházející těmito body (zakreslete):

- a) $P[1, 6], Q[-1, 10], R[3, 26], S[-2, 6]$;
 b) $P[-1, 0], Q[1, 4], R[2, 3], S[3, 16]$.

33. Soustava lineárních rovnic s parametrem. Určete všechny hodnoty reálného parametru p , pro které má soustava rovnic jediné řešení, resp. nekonečně mnoho řešení, resp. řešení neexistuje. Určete všechna existující řešení a proveďte pro ně zkoušku správnosti:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{array}{l} px_1 + 4x_2 = 1 \\ x_1 + px_2 = p \end{array} & \text{b) } \begin{array}{l} p^2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_2 + 4x_3 = 8 \\ px_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{array} & \text{c) } \begin{array}{l} x_1 + x_2 + px_3 = 0 \\ (p+1)x_1 + x_3 = 1 \\ (p+1)x_2 + x_3 = 1 \end{array} \\ \\ \text{d) } \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + px_2 + x_3 = p \\ x_1 + x_2 + px_3 = p^2 \end{array} & \text{e) } \begin{array}{l} x_1 + px_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + p^2x_3 = 1 \end{array} & \text{f) } \begin{array}{l} px_1 + x_3 = 0 \\ px_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + (p-1)x_3 = 0 \end{array} \end{array}$$

34. Soustava lineárních rovnic s parametrem. Určete všechny hodnoty reálného parametru p , pro které má soustava rovnic jediné řešení, resp. nekonečně mnoho řešení, resp. řešení neexistuje. Určete všechna existující řešení a proveďte pro ně zkoušku správnosti:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{array}{l} px_1 + 4x_2 = 0 \\ x_1 + px_2 = 0 \end{array} & \text{b) } \begin{array}{l} px_1 + x_2 = p \\ px_1 - x_2 = 0 \end{array} & \text{c) } \begin{array}{l} px_1 + x_2 = 0 \\ px_1 - x_2 = 0 \end{array} & \text{d) } \begin{array}{l} 5x - 3y = qx \\ -3x + 5y = qy \end{array} \\ \\ \text{e) } \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + px_2 + x_3 = 1 \\ px_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{array} & \text{f) } \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + px_2 + x_3 = 0 \\ px_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{array} \\ \\ \text{g) } \begin{array}{l} 5x_1 + (p+1)x_2 + 10x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ (p+2)x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \end{array} & \text{h) } \begin{array}{l} px_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + px_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + px_3 = 0 \end{array} \\ \\ \text{i) } \begin{array}{l} x_1 + px_2 + x_3 = 1 \\ (2p-1)x_1 + (p-1)x_3 = 0 \\ (p-1)x_1 + (p-1)x_3 = 0 \end{array} & \text{j) } \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + px_3 = 6 \end{array} \\ \\ \text{k) } \begin{array}{l} (2p-3)x_1 + (p-2)x_3 = 0 \\ (p-2)x_1 + (p-2)x_3 = 0 \\ x_1 + (p-1)x_2 + x_3 = 1 \end{array} & \text{l) } \begin{array}{l} -ax_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - ax_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - ax_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 - ax_4 = 2 \end{array} \end{array}$$

35. Soustava lineárních rovnic s parametrem. Určete všechny hodnoty reálného parametru q , pro které má soustava rovnic nenulová řešení; zapíšte tato řešení:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \begin{array}{l} 3y = qx \\ 2x - y = qy \end{array} & \begin{array}{l} x - y + z = qx \\ 2y - z = qy \\ 3z = qz \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x + y + 5z = 0 \\ -3y + z = 0 \\ 3x - 3y + qz = 0 \end{array} \end{array}$$

36. Soustava lineárních rovnic. Napište rovnici kružnice procházející body $A[1, 2]$, $B[1, -2]$, $C[0, -1]$. určete její střed a poloměr.

37. Soustava lineárních rovnic. Napište rovnici kružnice procházející body A , B , C ; určete její střed a poloměr:

a) $A[1, 5]$, $B[-4, 0]$, $C[4, -4]$; b) $A[-1, 5]$, $B[-2, -2]$, $C[5, 5]$.

Řešení úloh:

1. a) $(1/2, -1/2, 3/2)$; b) $(0, 0, 0)$; c) $(1, 2, -1)$ • **2.** a) $(-1, 0, 1)$; b) $(1, 0, 0)$; c) $(1, 3, 2)$; d) nemá řešení; e) $(2, 1, -2)$ • **3.** a) $(2, -1, 0)$; b) $(-4/9, 0, 4/9)$; c) $(1 - 18a, 2a + 3, 11a - 2)$, a lib. reálné číslo; d) $(1, 2)$; e) $(0, 0, 0)$; f) $(-1, -4, 3, -1)$ • **4.** a) $(1, 1, 1, 1)$; b) $(1, -1/2, -1/2)$; c) nemá řešení; d) nemá řešení; e) $(3, 2, 1)$; f) $(0, 5(a - b + c), 0, 5(a + b - c), 0, 5(-a + b + c))$; g) $(11/2, 7, 3, 7/2)$; h) $(30, 10, -30, 40)$; i) $(10, 5, 2, 1)$ • **5.** a) $(1, 2, -1)$; b) $(2, 3, 5)$; c) $(0, 0, 0, 0)$; d) nemá řešení; e) $(1, 2, 1, 3)$; f) nemá řešení • **7.** a) $(0, 0, 0)$; b) $(-a, a, a)$, a lib. reálné číslo; c) $(16a, 13a, 18a)$, a lib. reálné číslo; d) pouze triviální řešení; e) $(1, -2, 1)t$, $t \in R$; f) $(0, 0, 0)$; g) $(-1, -7, 5)t$, $t \in R$ • h) pouze triviální řešení; i) pouze triviální řešení; j) $(a, c, a - b, a - c, a, b)$, $a, b, c \in R$ • **8.** a) $(3a, -2a)$, a lib. reálné číslo; b) $(10a, 17a, 14a)$, a lib. reálné číslo; c) $(2a, 4a, a)$, $a \in R$ lib.; d) $(3a, 2a, 0)$, $a \in R$ lib.; e) pouze triviální řešení; f) $(13a, 2a, 7a)$, $a \in R$ lib.; g) $(8a - 7b, -6a + 5b, a, b)$, $a, b \in R$ lib.; h) $(3a, 0, 4a, 0)$, $a \in R$ lib.; i) pouze triviální řešení • **9.** a) $(13a, -28a, -19a)$, $a \in R$ lib.; b) $(1, -2 + 3t, t)$, $t \in R$ lib.; c) $(3, 2, -2, -1)$; d) triviální řešení; e) $(10a, -16a, -a, a)$, $a \in R$ lib.; f) $(-a, 2a, 0, -2a, a)$, $a \in R$ lib.; g) $(1, 2, 3)$; h) $(1 - 2a, a, 0)$, $a \in R$ lib.; i) nemá řešení; j) $(0, 1, -1, 2)$; k) $(11 - 7a - 10b, -4 + 3a + 7b, a, b)$, $a, b \in R$ lib.; l) $(1, 2, 3, 4)$; m) nemá řešení; n) nemá řešení • **10.** a) - c) triviální řešení; d) $(9a, -2a, -6a)$, $a \in R$ lib.; e) triviální řešení • **11.** a) $(0, 4a, a)$, $a \in R$ lib.; b) $(1, -4, 0, 2)$; c) (a, a, a, a) , $a \in R$ lib.; d) $(3a, 3b + 1, -1 - 3a - 3b, 1, 2a + 2b + 1)$, $a, b \in R$; e) $(1, 2, -4, -3)$; f) $(0, 2 + a + 2b, -1 - 2a - 3b, a, b)$, $a, b \in R$ lib. • **12.** hledanou podmínkou je $\det A = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ • **13.** 60, 0; 25, 25; 4, 40 • **14.** V tis. vstupenek: 6, 4; 5, 5; 3, 7 • **15.** $(2, 1, 1, 1)$ • **16.** $(150; 200; 50)$ • **17.** $(20; 220; 100)$ • **18.** a) $(x_3 - 120, 420 - 2x_3, x_3)$, kde x_3 je libovolné, přičemž $0 \leq x_3 \leq 210$, $0 \leq x_2 \leq 210$, $0 \leq x_1$; b) nemá řešení; c) $(150, 200, 50)$; d) x_3 libovolné, $(100 + x_3, 300 - 2x_2, x_3)$, $0 \leq x_3 \leq 150$, $x_2 \geq 0$; e) nemá řešení • **19.** $(120, 80, 200)$ • **20.** $(6; 2; 0)$ • **21.** Nekonečně mnoho řešení: $(x_1, x_2, x_3) = (10 + x_3, 5 - 4x_3, x_3)$, kde x_3 je lib. reálné číslo; počty odlitků musí být celá nezáporná čísla, proto musí platit $x_2 = 5 - 4x_3 \geq 0$, čili $0 \leq x_3 \leq 5/4$, tudíž $x_3 = 0$ neboli $x_3 = 1$; tehdy $x_1 = 10 + x_3 \geq 0$ se splní, protože $x_3 \geq 0$; tím se počet řešení redukuje pouze na dvě trojice: pro $x_3 = 0$ je $x_2 = 5$, $x_1 = 10$; pro $x_3 = 1$ je $x_2 = 1$, $x_1 = 11$ • **22.** a) Nekonečně mnoho řešení: $(10 - t, t - 5, 25 - 2t, t)$, kde $t \in \langle 5, 10 \rangle$ (např. jedno z možných řešení je 5 balení B , 5 balení C a 10 balení D); b)

5 balení A , 15 balení C a 5 balení D • **23.** a) $(2b - a, 2a - 3b)$, přičemž se musí splnit $a/2 < b < 2a/3$; b) $(2, 11)$ • **24.** 144 min., 48 min., 72 min. • **25.** 1 hod., 3 hod., 5 hodin • **26.** a) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (100 - t, 100 + t, t, 250 + t)$, $t \in R$ volitelné; z podmínky nezápornosti všech neznámých plyne $x_3 \leq 100$ (vozidel za minutu); b) pro $x_3 = 50$ frekvence jsou $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (50, 150, 50, 300)$ (vozidel za minutu) • **27.** Příslušná soustava má nekonečně mnoho řešení, 2 neznámé jsou volitelné; a) $x_1 = 200$, $x_3 = 0$, $x_5 = 300$; b) $x_2 = 100$, $x_3 = 200$, $x_4 = 250$ • **28.** a) 36 dg, 40 dg, 24 dg; b) příslušné soustavy v těchto případech nemají řešení • **29.** a) $y = 2x^2 - x + 5$; b) $y = 2x^2 + 2x - 3$; c) $y = 1/12x^2 + 1/4x - 3/4$; d) $y = 1/(2h^2)(y_3 - 2y_2 + y_1)x^2 + 1/(2h)(y_3 - y_1)x + y_2$ (pro $y_3 - 2y_2 + y_1 = 0$ leží dané tři body na přímce) • **30.** a) $y = 3x^2 - x - 8$; b) $y = x^2 - 5x + 3$ • **31.** $y = x^3 - x + 6$ • **32.** a) $y = x^3 - 3x + 8$; b) $y = 2x^3 - 5x^2 + 7$ • **33.** a) jestliže $\det A = p^2 - 4 \neq 0$, pak soustava má jediné řešení $\left(\frac{-3p}{p^2 - 4}, \frac{p^2 - 1}{p^2 - 4}\right)$; pro $p = \pm 2$ soustava nemá řešení; b) jestliže $\det A = 5p(p + 2) \neq 0$, pak soustava má jediné řešení $\left(\frac{-8}{p(p + 2)}, \frac{8(p - 2)}{5(p + 2)}, \frac{8(p + 3)}{5(p + 2)}\right)$; pro $p = 0$, $p = -2$ soustava nemá řešení; c) jestliže $\det A = (p + 2)(p^2 - 1) \neq 0$, pak soustava má jediné řešení $\left(\frac{p}{(p - 1)(p + 2)}, \frac{p}{(p - 1)(p + 2)}, \frac{-2}{(p - 1)(p + 2)}\right)$; pro $p = 1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(1 - x_2, x_2, 1)$, $x_2 \in R$ je lib.; pro $p = 1$ a pro $p = -2$ soustava nemá řešení; d) pokud $\det A = (p - 1)^2 \neq 0$, pak soustava má jediné řešení $(-p - 1, 1, p + 1)$; pro $p = 1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(1 - x_2 - x_3, x_2, x_3)$, $x_2, x_3 \in R$ lib.; e) pokud $\det A = (p - 1)(p^2 - 1) \neq 0$, pak soustava má jediné řešení $(1, 0, 0)$; pro $p = 1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(1 - x_2 - x_3, x_2, x_3)$, $x_2, x_3 \in R$ lib.; pro $p = -1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(1 - x_3, 0, x_3)$, $x_3 \in R$ lib.; f) jestliže $\det A = p(p - 2)(p + 1) \neq 0$, pak soustava má pouze triviální řešení; pro $p = 0$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(x_1, -x_1, 0)$, $x_1 \in R$ lib.; pro $p = 2$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(x_2, x_2, -2x_2)$, $x_2 \in R$ lib.; pro $p = -1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru (x_1, x_1, x_1) , $x_1 \in R$ lib. • **34.** a) jestliže $\det A = p^2 - 4 \neq 0$, pak soustava má pouze triviální řešení $(0, 0)$; pro $p = 2$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(-2x_2, x_2)$, $x_2 \in R$ lib.; pro $p = -2$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(2x_2, x_2)$, $x_2 \in R$ lib.; b) jestliže $\det A = -2p \neq 0$, pak soustava má řešení $(1/2, p/2)$; pro $p = 0$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(x_1, 0)$, $x_1 \in R$ lib.; c) jestliže $\det A = -2p \neq 0$, pak soustava má pouze triviální řešení; pro $p = 0$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(x_1, 0)$, $x_1 \in R$ lib.; d) soustava má nenulové řešení, jestliže $\det A = q^2 - 10q + 16 = 0$: pro $q = 2$ nekonečně mnoho řešení (x, x) , $x \in R$ lib., pro $q = 8$ nekonečně mnoho řešení $(x, -x)$, $x \in R$ lib. (v obou případech to jsou přímky v rovině, navzájem kolmé); pro $\det A \neq 0$ jediné, a to triviální řešení; e) jestliže $\det A = -(p - 1)^2(p + 2) \neq 0$, pak soustava má jediné řešení $\left(\frac{1}{p + 2}, \frac{1}{p + 2}, \frac{1}{p + 2}\right)$; pro $p = 1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(1 - x_2 - x_3, x_2, x_3)$, $x_2, x_3 \in R$ lib.; pro $p = -2$ soustava nemá řešení; f) jestliže $\det A = -(p - 1)^2(p + 2) \neq 0$, pak soustava má pouze triviální řešení $(0, 0, 0)$; pro $p = 1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(-x_2 - x_3, x_2, x_3)$, $x_2, x_3 \in R$ lib.; pro $p = -2$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru (x_3, x_3, x_3) , $x_3 \in R$ lib.; g) jestliže $\det A = 4(p - 1)(p + 6) \neq 0$, pak soustava má pouze triviální řešení; pro $p = 1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(-18x_3, 10x_2, 7x_3)$, $x_3 \in R$ lib.; pro $p = -6$ má soustava nekonečně mnoho řešení

tvaru $(x_1, x_2, 0)$, $x_1, x_2 \in R$ lib.; h) jestliže $\det A = p(p^2 + 3) \neq 0$, pak soustava má pouze triviální řešení; pro $p = 0$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru (x_3, x_3, x_3) , $x_3 \in R$ lib.; i) pokud $\det A = p^2(p - 1) \neq 0$, má soustava jediné řešení $(0, 1/p, 0)$; pro $p = 1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(0, 1 - x_3, x_3)$, $x_3 \in R$ lib.; pro $p = 0$ soustava nemá řešení; j) pro $p \neq 1$ má soustava jediné řešení $\left(3, \frac{3+p}{p-1}, \frac{1}{1-p}\right)$; pro $p = 1$ soustava nemá řešení; k) jestliže $\det A = -(p - 1)^2(p - 2) \neq 0$, pak soustava má jediné řešení $(0, 1/p - 1, 0)$; pro $p = 1$ soustava nemá řešení; pro $p = 2$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(0, 1 - x_3, x_3)$, $x_3 \in R$ lib.; l) jestliže $\det A = (a - 3)(a + 1)^3 \neq 0$, pak soustava má jediné řešení $\frac{2}{3+a}(1, 1, 1, 1)$; pro $a = 3$ soustava nemá řešení; pro $a = -1$ má soustava nekonečně mnoho řešení tvaru $(2 - s - t - u, s, t, u)$, $s, t, u \in R$ lib. • **35.** a) pro $q = -3$ je řešením $(x, -x)$, $x \in R$; pro $q = 2$ je řešením $(x, 2/3x)$, $x \in R$ lib.; b) pro $q = 3$ je řešením $(t, -t, t)$, $t \in R$ lib.; c) pro $q = 5$ je řešením $(4t, -t, -3t)$, $t \in R$ lib. • **36.** $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$, $S[2, 0]$, $r = \sqrt{5}$ • **37.** a) $(x - 1)^2 + y^2 = 25$ ($S[1, 0]$, $r = 5$); b) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ ($S[0, 2]$, $r = 5$) •

Pojmy, vztahy, označení

Soustava lineárních rovnic; matice soustavy, matice rozšířená

Množina řešení soustavy lineárních rovnic; ekvivalentní soustavy

Elementární řádkové úpravy (ERO), popis

Redukovaná matice soustavy, její určení

Gaussova eliminační metoda (GEM), popis

Existence a počet řešení soustavy lineárních rovnic

GEM pro homogenní soustavy; existence a počet řešení

Struktura řešení nehomogenní soustavy; obecné a partikulární řešení

Determinanty 2. a 3. stupně, výpočet Sarrusovým pravidlem

Cramerovo pravidlo pro soustavy 2 nebo 3 lineárních rovnic

Soustavy lineárních rovnic s parametrem

9. února 2004