

ZÁKLADY MATEMATIKY 2

3. SÉRIE: MATICE, DETERMINANTY

Přípravní úlohy. V této sérii se předpokládá, že umíte řešit soustavy lineárních rovnic metodou GEM, speciálně pomocí řádkových úprav umíte upravovat matice. Řešte úlohy 01 – 03:

01. Upravte následující matice na redukovaný tvar:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 6 \end{pmatrix}; \text{ b) } \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & -3 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 6 \end{pmatrix}; \text{ c) } \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -5 & -1 & 4 \\ -2 & -1 & 4 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix}; \text{ d) } \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 20 & -10 \\ -15 & 40 \\ 30 & 0 \end{pmatrix}$$

02. Určete všechna řešení soustav lineárních rovnic:

$$\begin{array}{lll} x_1 - x_2 & = & 2 \\ \text{a) } 3x_1 + 2x_2 - x_3 & = & -2 \\ 4x_1 & + & 3x_3 = 2 \end{array} \quad \begin{array}{lll} x_1 - x_2 & = & 0 \\ \text{b) } 3x_1 + 2x_2 - x_3 & = & 0 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 & = & 0 \end{array} \quad \begin{array}{lll} 0, 3x_1 + 0, 2x_2 & = & 5 \\ \text{c) } 0, 1x_1 + 0, 1x_2 & = & 10 \\ 0, 2x_1 + 0, 1x_2 & = & 15 \end{array}$$

03. Určete všechny hodnoty reálných parametrů a, b , pro které má soustava rovnic jediné řešení, resp. nekonečně mnoho řešení, resp. řešení neexistuje. Určete všechna existující řešení a proveďte pro ně zkoušku správnosti:

$$\begin{array}{ll} ax_1 + bx_2 & = 1 \\ ax_2 + bx_3 & = a \\ ax_1 & + bx_3 = b \end{array}$$

1. Řešte maticovou rovnici $A - 2 \cdot X - 3B = E_n$ pro neznámou matici X , přičemž matice A, B jsou (E_n je jednotková matice odpovídajícího typu):

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 10 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & 30 \\ 10 & 0 \end{pmatrix}; & \text{b) } A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}; \\ \text{c) } A = \begin{pmatrix} 12 \\ 18 \\ 16 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -12 \\ 24 \\ 36 \end{pmatrix}; & \text{d) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 30 \\ 20 & 30 & 0 \\ 0 & 30 & 20 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. Určete součiny matic:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{ b) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}; \text{ c) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Určete součiny matic:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}; \text{ b) } \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}; \text{ c) } \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Permutační matice. Čtvercová matice P stupně n se nazývá permutační maticí, jestliže má v každém řádku a v každém sloupci pouze jediný nenulový prvek rovný 1.

- a) Kolik je permutačních matic stupně 3? Napište je a interpretujte jejich význam.
- b) Utvořte tabulku součinů všech možných dvojic permutačních matic stupně 3.
- c) Jaký účinek má násobení matice A permutační maticí zprava, resp. zleva? Pro

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \text{ určete součin } A \cdot P, \text{ resp. pro } A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{pmatrix} \text{ určete součin } P \cdot A;$$

P je libovolná permutační matice stupně 3.

- d) Pro $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$ určete součiny $A \cdot P$, $P \cdot A$ (P je lib. permutační matice stupně 3).

5. Určete součiny matic:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Určete mocniny matic:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^2; \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^3; \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^4; \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$$

$$\text{7. Určete mocniny matice } A^2, A^3 \text{ pro matici } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Rozhodněte, zda také pro dvě matice A, B platí vztah $(A+B) \cdot (A-B) = A^2 - B^2$. Určete matice $(A+B) \cdot (A-B)$, $A^2 - B^2$ pro $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$.

9. K dané matici A určete všechny matice B takové, pro které platí: $A \cdot B = B \cdot A$; matice B s touto vlastností se nazývá matice zaměnitelná s A . Řešte pro matice A :

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}; \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

10. Hodnota skladovaného zboží. Určitá společnost se zabývá prodejem 5 modelů počítačů A, B, C, D, E ve 3 prodejnách P_1, P_2, P_3 . Počty kusů každého z počítačů, které se skladují v jednotlivých obchodech a jsou k dispozici zákazníkům, jsou zapsány v matici S ; velkoobchodní (V) a maloobchodní (M) ceny v dolarech každého z 5 modelů počítačů jsou zapsány v matici T :

$$S = \begin{pmatrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} \text{v } P_1 \\ \text{v } P_2 \\ \text{v } P_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 0 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} & V & M \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 700 & 840 \\ 1400 & 1800 \\ 1800 & 2400 \\ 2700 & 3300 \\ 3500 & 4900 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

a) Interpretujte řádky, resp. sloupce uvedených matic S , T ; určete postupně pro jednotlivé prodejny hodnotu všech skladovaných počítačů ve velkoobchodních cenách, resp. v maloobchodních cenách.

b) Vypočítejte součin matic $S \cdot T$ a interpretujte jej.

11. Výpočet spotřeby surovin. Spotřeba polotovarů P_1 , P_2 v odpovídajících jednotkách na výrobu výrobků V_1 , V_2 , V_3 je určena produkční maticí

$$A_1 = \begin{pmatrix} & V_1 & V_2 & V_3 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2,7 & 1,1 & 3,0 \\ 4,8 & 5,1 & 2,3 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

a spotřeba surovin S_1 , S_2 , S_3 v odpovídajících jednotkách na výrobu polotovarů P_1 , P_2 je určena produkční maticí

$$A_2 = \begin{pmatrix} & P_1 & P_2 \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2,3 & 2,0 \\ 3,1 & 3,1 \\ 0,1 & 2,2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Určete spotřebu surovin S_1 , S_2 , S_3 na výrobu 20 jednotek výrobku V_1 , 25 jednotek výrobku V_2 a 40 jednotek výrobku V_3 . Určete produkční matici mezi výrobou a spotřebou surovin.

12. Preference zákazníka. Dva fitness kluby se snaží získat zákazníky. Teď má Fitness Klub A 480 členů, Fitness Klub B 720 členů. Přesně o rok později 40 % členů Fitness Klubu A přešlo do Fitness Klubu B a 30 % členů Fitness Klubu B přešlo do Fitness Klubu A. Předpokládejme, že celkový počet 1200 členů obou klubů se nezmění; kolik členů bude mít každý z uvedených klubů v následujícím roce? Jestliže se uvedený trend nebude měnit, jaké počty členů to budou o 2 roky později?

13. Lokalizace letadel. Určitá letecká společnost má 50 letadel na letištích 3 měst: 30 letadel v Los Angeles, 12 v St. Louis a 8 letadel v Dallasu. V průběhu 8 hodin dochází v důsledku provozu k těmto změnám: 20 % z počtu letadel v Los Angeles odletí do St. Louis a 10 % do Dallasu; 25 % z počtu letadel v St. Louis odletí do Los Angeles a 50 % do Dallasu; 12,5 % z letadel v Dallasu odletí do Los Angeles a 50 % do St. Louis. Kolik letadel bude po 8 hodinách v každém ze tří uvedených měst?

14. Preference. Dvě konkurenční firmy F_1 , F_2 se zabývají výkupem druhotných surovin ve městě s 28 700 obyvateli. Podmínky výkupu dlouhodobě způsobují změny v počtech lidí, kteří si zvolí jednu nebo druhou firmu. Po uplynutí období 1 měsíce 10% zákazníků firmy F_1 zvolí raději F_2 , za stejné období obráceně 25 % zákazníků firmy F_2 přejde k F_1 . Předpokládejme, že na začátku má firma F_1 12 500 spolupracujících zákazníků a firma F_2 má 16 200 zákazníků. Jestliže budeme předpokládat stejný trend i v dalších obdobích a celkový počet obyvatel města zůstane stejný, vypočítejte procentní a také absolutní změny v počtech zákazníků obou firem po 2, resp. 4 měsících.

15. Inverzní matice. Určete inverzní matice k maticím:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; & \text{b)} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}; & \text{c)} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; \\ \text{d)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}; & \text{e)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}; & \text{f)} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}; \\ \text{g)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; & \text{h)} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -10 \\ -1 & -8 & 15 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}; & \text{i)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

16. Určete inverzní matici A^{-1} a matici inverzní k matici A^2 (tj. $(A^2)^{-1}$) pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

17. Maticové rovnice - inverzní matice. Určete matici X , pro kterou platí:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}; & \text{b)} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}; \\ \text{c)} X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}; & \text{d)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix} \end{array}$$

18. Maticové rovnice - inverzní matice. Určete řešení soustavy lineárních rovnic pomocí inverzní matice A^{-1} :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}; & \text{b)} \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} -20 \\ -48 \end{pmatrix}; \\ \text{c)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; & \text{d)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ -30 \end{pmatrix} \end{array}$$

19. Určete inverzní matici ke každé z permutačních matic 3. stupně.

Řešení úloh:

$$\begin{array}{l} \mathbf{1.} \text{ a), b), c), d): } \text{pokaždé } X = \frac{1}{2}(A - 3B - E_n) \bullet \mathbf{2.} \text{ a) } \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{ b) } \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}; \text{ c) } \\ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \bullet \mathbf{3.} \text{ a) } \begin{pmatrix} a\alpha + b\gamma & a\beta + b\delta \\ c\alpha + d\gamma & c\beta + d\gamma \end{pmatrix}; \text{ b) } \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \text{ c) } \begin{pmatrix} 8 & 11 \end{pmatrix} \bullet \mathbf{4.} \text{ c), d) } \end{array}$$

násobení matice A některou permutační maticí zprava (zleva) způsobí změnu v pořadí sloupců (řádků) matice A do nového pořadí sloupců (řádků) určeného sloupcovými (řádkovými) indexy prvků 1, jestliže v příslušné permutační matici procházíme její sloupce

(řádky) zleva (shora) • **5.** a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 8 \\ 0 & 6 & 4 \\ 0 & -6 & -4 \end{pmatrix}$ • **6.** a) $\begin{pmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix}$;

b) $\begin{pmatrix} -35 & -30 \\ 45 & 10 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ • **7.** $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A^3 = E_3$ •

8. Rovnost obecně neplatí: $(A+B)(A-B) = \begin{pmatrix} -61 & -10 \\ -32 & -17 \end{pmatrix}$, $A^2 - B^2 = \begin{pmatrix} -29 & 6 \\ -6 & -33 \end{pmatrix}$

• **9.** a) $\begin{pmatrix} a & 2b \\ 3b & a+3b \end{pmatrix}$ ($a, b \in R$ lib.); b) $\begin{pmatrix} a & 3b \\ -5b & a+9b \end{pmatrix}$ ($a, b \in R$ lib.); c)

$\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ ($a, b, c \in R$ lib.) • **10.** $S \cdot T = \begin{pmatrix} 32000 & 40480 \\ 37000 & 50160 \\ 39300 & 50700 \end{pmatrix}$ (sloupce: hodnota

všech skladovaných počítačů ve velkoobch., resp. maloobch. cenách v jednotlivých prodávárnách - řádky) • **11.** Jestliže označíme spotřebu jednotlivých polotovarů jako sloupcový vektor P , spotřebu jednotlivých surovin jako sloupcový vektor S , množství jednotlivých výrobků jako sloupcový vektor V , pak

$P = A_1 \cdot V = \begin{pmatrix} 201,5 \\ 315,5 \end{pmatrix}$, $S = A_2 \cdot P = \begin{pmatrix} 1094,45 \\ 1602,70 \\ 714,25 \end{pmatrix}$ a produkční matice je součin

$A_2 \cdot A_1 = \begin{pmatrix} 15,81 & 12,73 & 11,50 \\ 23,25 & 19,22 & 16,43 \\ 10,83 & 11,33 & 5,36 \end{pmatrix}$; proto $S = (A_2 \cdot A_1) \cdot P$ • **12.** Počty členů po

1. roce v klubech: 504, resp. 696; po 2.roce: 511,2, resp. 688,8 • **13.** 25, 13, 12 •

14. Po 2 měs.: F_1 m 17 120 zák., F_2 m 11 580 zák.; po 4 měs.: F_1 m 19 072 zák., F_2

m 9 628 zák. • **15.** a) $\begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 \\ -0,3 & 0,1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$; c) $\frac{1}{ad-bc} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ (existuje

pouze pro $ad-bc \neq 0$); d) neexistuje; e) $1/9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$;

g) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; h) neexistuje; i) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ • **16.** $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

$(A^2)^{-1} = A$ • **17.** a) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ • **18.** a)

$\begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,5 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$; • d) $\begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ -30 \end{pmatrix}$ • **19.** •

Pojmy, vztahy, označení

Matice, význačné matice

Operace s maticemi: součet, rozdíl, násobek

Součin matic, vlastnosti součinu

Stochastické matice, použití

Matice inverzní k dané matici; podmínky existence, výpočet

Permutační matice, vlastnosti, použití

13. února 2004

Opravy

Do textu úloh nebo do výsledků byly zaneseny tyto opravy:

6. b) opraven výsledek: má být $\begin{pmatrix} -35 & -30 \\ 45 & 10 \end{pmatrix}$

6. c) opraven výsledek: má být $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Opraveno číslování výsledků úloh: za výsledky úlohy 6. následují výsledky úlohy 7.