Průběh funkce

Při určování průběhu funkce potřebujeme (pomocí diferenciálního počtu) určit (získané informace o vlastnostech funkce zaznačujeme do souřadnicového systému a zapisujeme do tabulek):

- Definiční obor funkce D_f, případně obor hodnot funkce H_f.
- Nulové body funkce (body, ve kterých $f(x) = 0$); souřadnice průsečíku grafu funkce s osou o_y.
- Body nespojitosti funkce; asymptoty bez směrnice v bodech nespojitosti.
- Parita (sudost, lichost funkce]; intervaly, na kterých je funkce prostá.
- Pomocí první derivace $f'(x)$: intervaly monotónnosti funkce.
- Všechny kritické body funkce.
- Pomocí druhé derivace $f''(x)$: druh lokálního extrému v kritických bodech a extremální hodnoty funkce.
- Pomocí druhé derivace $f''(x)$: intervaly konvexnosti, konkávnosti funkce, inflexní body.
- Asymptoty se směrnicí, bez směrnice ke grafu funkce.
- Graf funkce.

1. Určete paritu, intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce $f(x)$, jestliže $f(x) =$

a) $x^2 - 4x + 5$
b) $x^3 + 3x^2 + 1$
c) $x^3 - 3x - 4$
d) $2x^3 + 6x^2 + 6x + 5$
e) $x^5 - 5x^4 + 100$
f) $3x^5 - 5x^3$
g) $3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2$
h) $324x - 72x^2 + 4x^3$
i) $x^3 - 9x + 2/3$
j) $x^6 + 2x^5$
k) $(x-1)^5$
l) $3 - (x+1)^3$
m) $(x^2-1)^5$
n) $(x^2-1)^4$
o) $(x^3-1)^4$
p) $\max\{5; 9 - x^2\}$

2. Určete paritu, intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce $f(x)$, jestliže $f(x) =$

a) $\dfrac{x^2}{x-1}$
b) $\dfrac{x^2}{x+2}$
c) $\dfrac{x^2-3x}{x+1}$
d) $\dfrac{1}{x^2-9}$
e) $x + \dfrac{1}{x}$
f) $1 + 2x + \dfrac{18}{x}$
g) $\dfrac{4}{x-1} + \dfrac{1}{x-3}$
h) $\dfrac{x-2}{(x-1)^2}$
i) $\dfrac{x+2}{x^2+4x+5}$
j) $1 + x^{\frac{1}{3}}$
k) $x^{\frac{3}{5}} - 10$
l) $2 + (x-1)^{\frac{2}{3}}$
m) xe^x
n) xe^{-x}
o) xe^{2-x}
p) e^{-x^2}
q) x^2e^{-x}
r) $e^x + e^{-x}$
s) $\dfrac{6}{1+e^{-x}}$
t) $\dfrac{4}{1-e^{-x}}$
u) $\dfrac{\ln x}{x}$
v) $\ln^2 x$
w) $\ln(x^2+1)$
x) $x - \ln x$
y) $x \ln x^2$
z) $|x+1| + |x-1|$

3. Určete průběh funkce $f(x)$ a zakreslete její graf, jestliže $f(x) =$

a) $x^3 + 3x$ b) $x^3 - 4x^2$

c) $x^3 + 3x^2 + 1$ d) $x^3 - 3x^2 + 3x + 1$

e) $x^4 - 4x^3 + 10$ f) $16x(x-1)^3$

g) $(x-2)^4$ h) $(x^2-3)^2$

i) $x^5 - 5x$ j) $x^2(1-x^2)$

4. Určete průběh funkce $f(x)$ a zakreslete její graf, jestliže $f(x) =$

a) $x + \dfrac{1}{x}$ b) $x + \dfrac{4}{x+2}$

c) $\dfrac{x^2}{x-3}$ d) $\dfrac{2x^2}{x+5}$

e) $\dfrac{x^2-3x}{x+1}$ f) $\dfrac{x}{1+x^2}$

g) $\dfrac{10x}{(x+2)^2}$ h) $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-1}$

i) $\dfrac{1}{x(2-x)}$ j) $\dfrac{5(x-2)}{x^2}$

k) $\dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$ l) $\dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$

m) $\dfrac{x^2}{x^2-1}$ n) $x + \dfrac{1}{x^2}$

5. Určete průběh funkce $f(x)$ a zakreslete její graf, jestliže $f(x) =$

a) $\dfrac{1}{x^2} - x$ b) $\dfrac{3x^2-1}{x^3}$

c) $\dfrac{(x-1)^2}{(x+1)^3}$ d) $(\dfrac{x}{x+1})^2$

e) $|16 - x^2|$ f) $|x+2| + |x-2|$

g) $\sqrt{|x-1|}$ h) $(x+1)^{\frac{1}{3}}$

6. Určete průběh funkce $f(x)$ a zakreslete její graf, jestliže $f(x) =$

a) $(x+2)^{\frac{5}{3}}$
b) $(x+1)^{\frac{4}{3}}$
c) $(x-2)^{\frac{2}{3}}$
d) xe^{-x}
e) x^2e^{-x}
f) $\dfrac{2}{e^x-1}$
g) $(x-1)e^{-2x}$
h) $\dfrac{e^x}{x+1}$
i) $\dfrac{e^x}{x}$
j) e^{-x^2}
k) $x+e^{-x}$
l) $e^{\frac{1}{x}}$
m) $xe^{\frac{1}{x}}$
n) $(1+x^2)e^{-x^2}$
o) $xe^{-\frac{x^2}{2}}$
p) $x^2e^{\frac{1}{x}}$

7. Určete průběh funkce $f(x)$ a zakreslete její graf, jestliže $f(x) =$

a) x^2e^{x+3}
b) $\sqrt{1-e^{-x^2}}$
c) $4-e^{-x^2}$
d) $\dfrac{x}{\ln x}$
e) $x\ln x$
f) $\dfrac{1+\ln x}{x}$
g) $\dfrac{\ln x}{x}$
h) $x-\ln(x+1)$
i) $\ln(1+x^2)$
j) $\ln(5-x^2)$
k) $(x-1)\sqrt{x}$
l) $x\sqrt{3+x}$
m) $x+\sqrt{4-x}$
n) $x+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

8. Napište rovnice všech asymptot (se směrnicí, bez směrnice) ke grafu funkce $f(x)$, jestliže $f(x) =$

a) $\dfrac{2x^2 - 1}{x^2 + 1}$ b) $\dfrac{x^2 - 4}{x + 4}$

c) $\dfrac{3}{2 + 5e^{-x}}$ d) $\dfrac{1 + \ln x}{2}$

e) $\dfrac{2}{e^x - 1}$ f) $\dfrac{x^3}{x^2 + 1}$

g) $\dfrac{4x^3 + 3x}{2x + 1}$ h) $\dfrac{1}{x^4 + x^2}$

i) $2 - e^{-x^2}$

1 Výsledky

1. **a)** $\searrow(-\infty,2), \nearrow(2,\infty), MIN[2,1]$; **b)** $\nearrow(-\infty,-2)\cup(0,\infty)$, $\searrow(-2,1), MIN[0,1], MAX[-2,5]$; **c)** $\nearrow(-\infty,-1)\cup(1,\infty), \searrow(-1,1)$, $MAX[-1,-2], MIN[1,-6]$; **d)** $\nearrow(-\infty,\infty)$; **e)** $\nearrow(-\infty,4)\cup(0,\infty), \searrow$ $(0,4), MAX[0,100], MIN[4,-156]$; **f)** $L, \nearrow(-\infty,-1)\cup(1,\infty), \searrow(-1,0)\cup$ $(0,1), MAX[-1,2], MIN[1,-2]$; **g)** $\searrow(-\infty,0), \nearrow(0,\infty), MIN[0,2]$; **h)** $\nearrow(-\infty,3)\cup(9,\infty), \searrow(3,9), MAX[3,432], MIN[9,0]$; **i)** $\nearrow(-\infty,-3)\cup$ $(3,\infty), \searrow(-3,3), MAX[-3,20], MIN[3,-16]$; **j)** $\searrow(-\infty,-\frac{5}{3}), \nearrow(-\frac{5}{3},\infty)$, $MIN[-\frac{5}{3},-\frac{5^5}{3^6}]$; **k)** $\nearrow(-\infty,\infty)$; **l)** $\searrow(-\infty,\infty)$; **m)** $\searrow(-\infty,0), \nearrow$ $(0,\infty), MIN[0,-1]$; **n)** $S, \searrow(-\infty,-1)\cup(0,1), \nearrow(-1,0)\cup(1,\infty), MAX[1,0]$, $MIN[-1,0]$; **o)** $\searrow(-\infty,1), \nearrow(1,\infty), MIN[1,0]$; **p)** $S, \nearrow(-2,0), \searrow$ $(0,2)$, jinde konstantní, $MAX[0,9]$;

2. **a)** $\nearrow(-\infty,0)\cup(2,\infty), \searrow(0,2), MAX[0,0], MIN[2,4]$; **b)** $\nearrow$ $(-\infty,-4)\cup(0,\infty), \searrow(-4,-2)\cup(-2,0), MAX[-4,-8], MIN[0,0]$; **c)** $\nearrow$ $(-\infty,-3)\cup(1,\infty), \searrow(-3,-1)\cup(-1,1), MAX[-3,-9], MIN[1,-1]$; **d)** $\nearrow$ $(-\infty,-3)\cup(-3,0), \searrow(0,3)\cup(3,\infty), MAX[0,-\frac{1}{9}]$; **e)** $\nearrow(-\infty,-1)\cup$ $(1,\infty)$ $\searrow(-1,0)\cup(0,1), MAX[-1,-2], MIN[1,2]$; **f)** $\nearrow(-\infty,-3)\cup$ $(3,\infty), \searrow(-3,0)\cup(0,3), MAX[-3,-11], MIN[3,13]$; **g)** $\searrow(-\infty,1)\cup$ $(1,3)\cup(3,\infty)$; **h)** $\searrow(-\infty,1)\cup(3,\infty), \nearrow(1,3), MAX[3,\frac{1}{4}]$; **i)** $\searrow$ $(-\infty,-3)\cup(-1,\infty), \nearrow(-3,-1), MIN[-3,-\frac{1}{2}], MAX[-1,\frac{1}{2}]$; **j)** $\nearrow(-\infty,\infty)$; **k)** $\nearrow(-\infty,\infty)$; **l)** $\searrow(-\infty,1), \nearrow(1,\infty), MIN[1,2]$; **m)** $\searrow(-\infty,-1), \nearrow$ $(-1,\infty), MIN[-1,-\frac{1}{e}]$; **n)** $\nearrow(-\infty,1), \searrow(1,\infty), MAX[1,\frac{1}{e}]$; **o)** $\nearrow$ $(-\infty,1), \searrow(1,\infty), MAX[1,e]$; **p)** $\nearrow(-\infty,0), \searrow(0,\infty), MAX[0,1]$; **q)** $\searrow(-\infty,0)\cup(2,\infty), \nearrow(0,2), MAX[2,4e^{-2}], MIN[0,0]$; **r)** $\searrow(-\infty,0), \nearrow$ $(0,\infty), MIN[0,1]$; **s)** $\nearrow(-\infty,\infty)$; **t)** $\searrow(-\infty,0)\cup(0,\infty)$; **u)** $\nearrow$ $(0,e), \searrow(e,\infty), MAX[e,\frac{1}{e}]$; **v)** $\searrow(0,1), \nearrow(1,\infty), MIN[1,0]$; **w)** $\searrow$ $(-\infty,0), \nearrow(0,\infty), MIN[0,0]$; **x)** $\searrow(0,1), \nearrow(1,\infty), MIN[1,1]$; **y)** $\nearrow$ $(-\infty,-\frac{1}{e})\cup(\frac{1}{e},\infty), \searrow(-\frac{1}{e},0)\cup(0,\frac{1}{e}), MAX[-\frac{1}{e},\frac{2}{e}], MIN[\frac{1}{e},-\frac{2}{e}]$; **z)** $\searrow$ $(-\infty,-1), \nearrow(1,\infty)$, jinde konstantní;

3. **a)** $D_f=\mathbb{R}, L, \nearrow(0;\infty), \searrow(-\infty;0), \smile\langle 0;\infty), \frown(-\infty;0\rangle, IB[0;0]$; **b)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow(-\infty,0)\cup(\frac{8}{3},\infty), \searrow(0,\frac{8}{3}), MAX[0,0], MIN[\frac{8}{3},-\frac{8^3}{54}], \smile\langle\frac{4}{3};\infty)$, $\frown(-\infty;\frac{4}{3}\rangle, IB[\frac{4}{3};\frac{2^7}{27}]$; **c)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow(-\infty,-2)\cup(0,\infty), \searrow(-2,0)$, $MAX[-2,5]$, $MIN[0,1], \smile\langle -1;\infty), \frown(-\infty;-1\rangle, IB[-1,3]$; **d)** $D_f=$ $\mathbb{R}, \nearrow(-\infty,\infty), \smile\langle 1;\infty), \frown(-\infty;1\rangle, IB[1,2]$; **e)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow(3,\infty), \searrow$

$(-\infty,3), MIN[3,-17], \smile (-\infty,0)\cup\langle 2,\infty), \frown \langle 0,2\rangle, IB[0,10], IB[2,-6]$; **f)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow (\frac{1}{4},\infty), \searrow (-\infty,\frac{1}{4}), MIN[\frac{1}{4},-\frac{27}{16}], \smile (-\infty,\frac{1}{2}\rangle\cup\langle 1;\infty), \frown \langle\frac{1}{2},1\rangle, IB[\frac{1}{2},-1], IB[1,0]$; **g)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow (2,\infty), \searrow (-\infty,2), MIN[2,0], \smile (-\infty;\infty)$; **h)** $D_f=\mathbb{R}, S, \nearrow (-\sqrt{3},0)\cup(\sqrt{3},\infty), \searrow (-\infty,\sqrt{3})\cup(0,\sqrt{3}), MAX[0,9], MIN[\pm\sqrt{3},0], \smile (-\infty,-1\rangle\cup\langle 1;\infty), \frown \langle -1;1\rangle, IB[\pm 1,4]$; **i)** $D_f=\mathbb{R}, \mathrm{L}, \nearrow (-\infty,-1)\cup(1,\infty), \searrow (-1,1), MAX[-1,4], MIN[1,-4], \smile \langle 0;\infty), \frown (-\infty;0\rangle, IB[0,0]$; **j)** $D_f=\mathbb{R}, S, \nearrow (-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2})\cup(0,\frac{\sqrt{2}}{2}), \searrow (-\frac{\sqrt{2}}{2},0)\cup(\frac{\sqrt{2}}{2},\infty), MAX[\pm\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{4}], MIN[0,0], \smile \langle -\frac{\sqrt{6}}{6};\frac{\sqrt{6}}{6}), \frown (-\infty;-\frac{\sqrt{6}}{6}\rangle\cup\langle\frac{\sqrt{6}}{6},\infty), IB[\pm\frac{\sqrt{6}}{6},\frac{5}{36}]$;

4. **a)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, L, \nearrow (-1,0)\cup(1,\infty), \searrow (-\infty,-1)\cup(0,1), MAX[-1,-1], MIN[1,1], \smile (0,\infty), \frown (-\infty,0), ASS: y=xv \pm\infty, ABS: x=0$; **b)** $D_f=\mathbb{R}-\{-2\}, \nearrow (-\infty,-4)\cup(0,\infty), \searrow (-4,-2)\cup(-2,0), MAX[-4,-6], MIN[0,2], \smile (-2,\infty), \frown (-\infty,-2), ASS: y=xv \pm\infty, ABS: x=-2$; **c)** $D_f=\mathbb{R}-\{3\}, \nearrow (-\infty,0)\cup(6,\infty), \searrow (0,3)\cup(6,\infty), MAX[0,0], MIN[6,12], \smile (3,\infty), \frown (-\infty,3), ASS: y=x+3v \pm\infty, ABS: x=3$; **d)** $D_f=\mathbb{R}-\{-5\}, \nearrow (-\infty,-10)\cup(0,\infty), \searrow (-10,-5)\cup(-5,0), MAX[-10,-40], MIN[0,0], \smile (-5,\infty), \frown (-\infty,-5), ASS: y=2x-10v \pm\infty, ABS: x=-5$; **e)** $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}, \nearrow (-\infty,-3)\cup(1,\infty), \searrow (-3,-1)\cup(-1,1), MAX[-3,-9], MIN[1,-1], \smile (-1,\infty), \frown (-\infty,-1), ASS: y=x-4v \pm\infty, ABS: x=-1$; **f)** $D_f=\mathbb{R}, L, \nearrow (-1,1), \searrow (-\infty,-1)\cup(1,\infty), MAX[1,\frac{1}{2}], MIN[-1,-\frac{1}{2}], \smile \langle -\sqrt{3},0\rangle\cup\langle\sqrt{3},\infty, \frown (-\infty,-\sqrt{3}\rangle\cup\langle 0,\sqrt{2}\rangle, IB[0,0], IB[\pm\sqrt{3},\pm\frac{1}{4\sqrt{3}}], ASS: y=0$; **g)** $D_f=\mathbb{R}-\{-2\}, \searrow (-\infty,-1)\cup(1,\infty), \nearrow (-2,2), MAX[2,\frac{5}{4}], \smile \langle 4,\infty), \frown (-\infty,-2)\cup(-2,4\rangle, IB[4,\frac{10}{9}]ASS: y=0\,v \pm\infty, ABS: x=-2$; **h)** $D_f=\mathbb{R}-\{\pm 1\}, \searrow D_f, \smile (-1,0)\cup(1,\infty), \frown (-\infty,-1)\cup(0,1), ASS: y=0v \pm\infty, ABS: x=\pm 1$; **i)** $D_f=\mathbb{R}-\{0;2\}, \nearrow (1,2)\cup(2,\infty), \searrow (-\infty,0)\cup(0,1), MIN[1,1], \smile (0,2), \frown (-\infty,0)\cup(2,\infty)ASS: y=0v \pm\infty, ABS: x=0, x=2$; **j)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, \nearrow (0,4), \searrow (-\infty,0)\cup(4,\infty), MAX[4,\frac{5}{8}], \smile \langle 6,\infty), \frown (-\infty,0)\cup(0,6\rangle, IB[6, frac59], ASS: y=0v \pm\infty, ABS: x=0$; **k)** $D_f=\mathbb{R}-\{1\}, \nearrow (0,1), \searrow (-\infty,0)\cup(1,\infty), MIN[0,-1], \smile \langle -\frac{1}{2},1), \frown (-\infty,-\frac{1}{2}\rangle\cup(1,\infty), IB[-\frac{1}{2},-\frac{8}{9}], ASS: y=0v \pm\infty, ABS: x=1$; **l)** $D_f=\mathbb{R}-\{3\}, \nearrow (3,\infty), \searrow (-\infty,3), \frown D_f, ASS: y=1v \pm\infty, ABS: x=3$; **m)** $D_f=\mathbb{R}-\{\pm 1\}, S, \nearrow (-\infty,-1)\cup(-1,0), \searrow (0,1)\cup(1,\infty), MAX[0,0], \smile (-\infty,-1)\cup(1,\infty), \frown (-1,1), ASS: y=1v \pm\infty, ABS: x=\pm 1$; **n)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, \nearrow (-\infty,0)\cup(\sqrt[3]{2},\infty), \searrow (0,\sqrt[3]{2}), MIN[\sqrt[3]{2},\frac{3}{2\sqrt[3]{2}}], \smile D_f, ASS: y=xv \pm\infty, ABS: x=0$;

5. **a)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, \searrow (-\infty,-\sqrt[3]{2})\cup(0,\infty), \nearrow (-\sqrt[3]{2},0), MIN[-\sqrt[3]{2},\frac{3}{2\sqrt[3]{2}}], \smile D_f, ASS:: y=-xv \pm\infty, ABS: x=0$; **b)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, L, \searrow$

$(-\infty,-1)\cup(1,\infty), \nearrow (-1,0)\cup(0,1), MAX[1,2], MIN[-1,-2], \smile \langle-\sqrt{2},0)\cup \langle\sqrt{2},\infty), \frown (-\infty,-\sqrt{2})\cup(0,\sqrt{2}), IB[\pm\sqrt{2},\pm\frac{5}{4\sqrt{2}}]ASS: y=-xv \pm\infty, ABS: x=0;$ **c)** $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}, \searrow (-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(5,\infty), \nearrow (1,5), MAX[5,\frac{2}{27}], MIN[1,0], \smile (-1,5-2\sqrt{3}\rangle \cup \langle 5+2\sqrt{3},\infty), \frown (-\infty,-1)\cup\langle 5-2\sqrt{3},5+2\sqrt{3}\rangle, IB[5-2\sqrt{3},\frac{-(-2+\sqrt{3})^2}{2-(-3+\sqrt{3})^2}], IB[5+2\sqrt{3},\frac{(2+\sqrt{3})^2}{2-(3+\sqrt{3})^2}], ASS: y=0v \pm\infty, ABS: x=-1;$ **d)** $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}, \nearrow (-\infty,-1)\cup(0,\infty), \searrow (-1,0), MAX[0,0], \smile (-\infty.-1)\cup(-1,\frac{1}{2}\rangle, \frown \langle\frac{1}{2},\infty), IB[\frac{1}{2},\frac{1}{9}], ASS: y=1v \pm\infty, ABS: x=-1;$ **e)** $D_f=\mathbb{R}, S, \searrow (-\infty,-4)\cup(0,4), \nearrow (-4,0)\cup(4,\infty), MIN[\pm4,0], \smile (-\infty.-4\rangle\cup\langle 4,\infty), \frown \langle-4,4\rangle, IB[\pm4,0];$ **f)** $D_f=\mathbb{R}, S, \searrow (-\infty,-2), \nearrow (2,\infty), \smile \mathbb{R};$ **g)** $D_f=\mathbb{R}, \searrow (-\infty,1), \nearrow (1,\infty), MIN[1,0] \frown \mathbb{R};$ **h)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow (-\infty,\infty), \smile (-\infty,-1\rangle, \frown \langle-1,\infty), IB[-1,0];$

6. **a)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow (-\infty,\infty), \smile (-\infty,-2\rangle, \frown \langle-2,\infty), IB[-2,0];$ **b)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow (-1,\infty), \searrow (-\infty,-1), MIN[-1,0], \smile (-\infty,-1)\cup(-1,\infty);$ **c)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow (2,\infty), \searrow (-\infty,2), MIN[2,0], \frown (-\infty,-2)\cup(-2,\infty);$ **d)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow (-\infty,1), \searrow (1,\infty), MAX[1,\frac{1}{e}] \smile \langle 2,\infty), \frown (-\infty,2\rangle, IB[2,2e^{-2}], ASS: y=0;$ **e)** $D_f=\mathbb{R}, \nearrow (0,2), \searrow (-\infty,0)\cup(2,\infty), MAX[2,4e^{-2}], MIN[0,0] \smile (-\infty,2-\sqrt{2}\rangle\cup\langle 2+\sqrt{2},\infty), \frown \langle 2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}\rangle, IB[2-\sqrt{2},(6-4\sqrt{2})e^{\sqrt{2}-2}], IB[2+2\sqrt{2},(6+4\sqrt{2})e^{-\sqrt{2}-2}], ASS: y=0;$ **f)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, \searrow (-\infty,\infty), \smile (0,\infty), \frown (-\infty,0), ASS: y=-2, y=0, ABS: x=0;$ **g)** $D_f=\mathbb{R}, \searrow (\frac{3}{2},\infty), \nearrow (-\infty,\frac{3}{2}), MAX[\frac{3}{2},\frac{e^{-3}}{2}], \frown (-\infty,2), \smile (2,\infty), IB[2,e^{-4}], ASS: y=0;$ **h)** $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}, \nearrow (0,\infty), \searrow (-\infty,-1)\cup(-1,0), MIN[0,1], \smile (-1,\infty), \frown (-\infty,-1), ASS: y=0v \pm\infty, ABS: x=-1;$ **i)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, \nearrow (1,\infty), \searrow (-\infty,0)\cup(0,1), MIN[1,e], \smile (0,\infty), \frown (-\infty,0), ASS: y=0, ABS: x=0;$ **j)** $D_f=\mathbb{R}, S, \searrow (0,\infty), \nearrow (-\infty,0), MAX[0,1], \smile (-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\rangle\cup\langle\frac{\sqrt{2}}{2},\infty), \frown \langle-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\rangle, IB[\pm\frac{\sqrt{2}}{2},e^{-\frac{1}{2}}]ASS: y=0v \pm\infty;$ **k)** $D_f=\mathbb{R}, S, \nearrow (0,\infty), \searrow (-\infty,0), MIN[0,1], \smile (-\infty,\infty), ASS: y=xv +\infty;$ **l)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, \searrow (-\infty,0)\cup(0,\infty), \frown (-\infty,-\frac{1}{2}\rangle, \smile \langle-\frac{1}{2},0)\cup(0,\infty), IB[-\frac{1}{2},e^{-2}]ASS: y=1v \pm\infty, ABS: x=0;$ **m)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, \nearrow (-\infty,0)\cup(1,\infty), \searrow (0,1), MIN[1,e], \frown (-\infty,0), \smile (0,\infty), ASS: y=x+1v \pm\infty, ABS: x=0;$ **n)** $D_f=\mathbb{R}, S, \searrow (0,\infty), \nearrow (-\infty,0), MAX[0,1], \smile (-\infty,-\sqrt{\frac{3}{2}}\rangle\cup\langle\sqrt{\frac{3}{2}},\infty), \frown \langle-\sqrt{\frac{3}{2}},\sqrt{\frac{3}{2}}\rangle, IB[\pm\sqrt{\frac{3}{2}},\frac{5}{2e}-\frac{3}{2}], ASS: y=0v \pm\infty;$ **o)** $D_f=\mathbb{R}, L, \nearrow (-1,1), \searrow (-\infty,-1)\cup(1,\infty), MAX[1,e^{-\frac{1}{2}}], MIN[-1,-e^{-\frac{1}{2}}], \frown (-\infty,-\sqrt{3}\rangle\cup\langle 0,-\sqrt{3}\rangle, \smile \langle-\sqrt{3},0)\cup\langle\sqrt{3},\infty), IB[0,0], IB[\pm\sqrt{3},\pm\sqrt{3}\cdot e^{-\frac{3}{2}}], ASS: y=0v \pm\infty;$ **p)** $D_f=\mathbb{R}-\{0\}, \nearrow (\frac{1}{2},\infty), \searrow (-\infty,0)\cup$

$(0, \frac{1}{2}), MIN[\frac{1}{2}, \frac{1}{4e^2}], \smile (-\infty, 0) \cup (0, \infty), ABS: x = 0;$

7. **a)** $D_f = \mathbb{R}, \searrow (-2, 0), \nearrow (-\infty, -2) \cup (0, \infty), MAX[-2, 4e], MIN[0, 0], \smile (-\infty, -2-\sqrt{2}\rangle \cup \langle -2+\sqrt{2}, \infty), \frown \langle -2-\sqrt{2}, -2-\sqrt{2}\rangle, IB[-2-\sqrt{2}, (6+4\sqrt{2})e^{1-\sqrt{2}}], IB[-2+\sqrt{2}, (6-4\sqrt{2})e^{1+\sqrt{2}}], ASS: y = 0v \ \pm\infty;$ **b)** $D_f = \mathbb{R}, S, \nearrow (0, \infty), \searrow (-\infty, 0), MIN[0, 0], \frown (-\infty, \infty), ASS: y = 0v \ +\infty;$ **c)** $D_f = \mathbb{R}, S, \nearrow (0, \infty), \searrow (-\infty, 0), MIN[0, 3], \smile \langle -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\rangle, \frown (-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2}\rangle \cup \langle \frac{\sqrt{2}}{2}, \infty), IB[\pm\frac{\sqrt{2}}{2}, 4 - \sqrt{\frac{1}{e}}], ASS: y = 4v \ +\infty;$ **d)** $D_f = (0, 1) \cup (1, \infty), \nearrow (e, \infty), \searrow (0, 1) \cup (1, e), MAX[e, e], \smile (1, e^2), \frown (0, 1) \cup (e^2, \infty), IB[e^2, \frac{1}{2e^2}], ABS: x = 1;$ **e)** $D_f = (0, \infty), \nearrow (\frac{1}{e}, \infty), \searrow (0, \frac{1}{e}), MIN[\frac{1}{e}, \frac{1}{e}], \smile (0, \infty);$ **f)** $D_f = (0, \infty), \searrow (1, \infty), \nearrow (0, 1), MIN[0, 0], \smile (0, \infty), ABS: x = -1;$ **g)** $D_f = (0, \infty), \searrow (e, \infty), \nearrow (0, e), MAX[e, \frac{1}{e}], \smile \langle e^{\frac{3}{2}}, \infty), \frown (0, e^{\frac{3}{2}}\rangle, IB[e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2e^{\frac{3}{2}}}], ASS: y = 0, ABS: x = 0;$ **h)** $D_f = (-1, \infty), \nearrow (0, \infty), \searrow (-1, 0), MAX[0, 0], \smile (-1, \infty), ABS: x = -1;$ **i)** $D_f = \mathbb{R}, S, \nearrow (0, \infty), \searrow (-\infty, 0), MIN[0, 0], \smile \langle -1, 1\rangle, frown(-\infty, -1\rangle \cup \langle 1, \infty), IB[\pm 1, \ln 2];$ **j)** $D_f = (-\sqrt{5}, \sqrt{5}), S, \searrow (0, \sqrt{5}), \nearrow (-\sqrt{5}, 0), MAX[0, \ln 5], \frown (-\sqrt{5}, \sqrt{5}), ABS: x = \pm\sqrt{5};$ **k)** $D_f = \langle 0, \infty), \nearrow \langle \frac{1}{3}, \infty), \searrow (0, \frac{1}{3}), MIN[\frac{1}{3}, \frac{-2\sqrt{3}}{9}], \smile \langle 0, \infty);$ **l)** $D_f = \langle -3, \infty), \nearrow \langle -2, \infty), \searrow (-3, -2), MIN[-2, -2], \smile \langle -3, \infty);$ **m)** $D_f = (-\infty, 4\rangle, \nearrow (-\infty, \frac{15}{4}), \searrow (\frac{15}{4}, 4), MAX[\frac{5}{4}, \frac{17}{4}], \frown (-\infty, 4\rangle;$ **n)** $D_f = (0, \infty), L, \nearrow (\frac{\sqrt[3]{2}}{2}, \infty), \searrow (0, \frac{\sqrt[3]{2}}{2}), MIN[\frac{\sqrt[3]{2}}{2}, \frac{\sqrt[3]{2}+8}{2}], \smile (0, \infty), ASS: y = x, ABS: x = 0;$

8. **a)** $y = 2;$ **b)** $y = x - 4;$ **c)** $y = 0, y = \frac{3}{2};$ **d)** $x = 0;$ **e)** $y = 0, y = -1, x = 0;$ **f)** $y = x;$ **g)** $x = -\frac{1}{2}, y = 2x + \frac{1}{2};$ **h)** $x = \pm 1, x = 0, y = 0;$ **i)** $y = 2;$