

## Otázky k dílčí zkoušce z předmětu Algebra I (MALG 1)

- 1. Základy matematické logiky:** Výrok, formule výrokové logiky, tautologie. Výroková forma, kvantifikátory. Důkazy matematických vět.
- 2. Množiny, relace, zobrazení:** Pojem množiny, operace množinami, kartézský součin množin. Binární relace mezi množinami, relace na množině, operace s relacemi (sjednocení, průnik, inverze, skládání) a vlastnosti těchto operací (asociativita, inverze složené relace). Zobrazení a jejich vlastnosti, surjektivní a injektivní zobrazení, bijektivní zobrazení, transformace a permutace množiny.
- 3. Algebraické struktury:** Binární operace na množině. Grupoid, pologrupa, neutrální prvek a symetrické prvky grupoidu. Grupy, okruhy, obory integrity, tělesa. Příklady.
- 4. Matice:** Vektorový prostor matic, sčítání a násobení matic a vlastnosti těchto operací (komutativita, asociativita, distributivita, ...).
- 5. Determinanty:** Pořadí a permutace, znaménko pořadí, znaménko permutace. Determinanty a jejich vlastnosti, minory a algebraické doplňky, Sarrusovo pravidlo, Laplaceova věta o rozvoji determinantu, věta o determinantu součinu matic.
- 6. Vektorové prostory:** Definice vektorového prostoru, příklady vektorových prostorů. Lineární závislost a nezávislost vektorů, podprostor generovaný množinou, součet a přímý součet podprostorů, lineární obal množiny, množina generátorů, báze, dimenze, Steinitzova věta a její důsledky, věta o dimenzi součtu a průniku podprostorů.
- 7. Soustavy lineárních rovnic:** Elementární řádkové transformace matic, redukované a trojúhelníkové matice, hodnota matice. Homogenní a nehomogenní soustavy rovnic, ekvivalentní soustavy, matice a rozšířená matice soustavy, maticový tvar soustavy. Frobeniova věta, řešení homogenních a nehomogenních soustav, Gaussova eliminační metoda, fundamentální systém řešení, Cramerovo pravidlo.
- 8. Okruh čtvercových matic:** Regulární a singulární matice, operace s regulárními maticemi a vlastnosti těchto operací, inverzní matice a metody jejího výpočtu.
- 9. Homomorfismy a izomorfismy vektorových prostorů:** Homomorfismy a izomorfismy vektorových prostorů, jádro a obraz homomorfismu, souřadnice vektoru vzhledem k bázi, matice přechodu mezi bázemi. Aritmetický vektorový prostor a jeho význam pro popis vlastností vektorových prostorů.
- 10. Eukleidovské vektorové prostory:** Definice eukleidovského vektorového prostoru, skalární součin, délka vektoru a její vlastnosti, úhel vektorů, kolmost vektorů, ortogonální a ortonormální množina vektorů, ortogonální a ortonormální báze, Schmidtova ortogonalizační metoda. Izomorfismus eukleidovských vektorových prostorů.
- 11. Homomorfismy vektorových prostorů konečné dimenze:** Definice homomorfismu, defekt a hodnota homomorfismu, věta o součtu defektu a hodnoty, endomorfismus, matice endomorfismu a její hodnota, závislost matice endomorfismu na volbě báze, podobné matice. Vlastní čísla a vlastní čísla endomorfismu a jejich závislost na volbě báze.
- 12. Endomorfismy eukleidovských vektorových prostorů:** Ortogonální matice a ortogonální endomorfismy. Symetrické matice a symetrické endomorfismy.